

6 Luglio 2016

MINISTERO DELLA DIFESA

SEGRETARIATO GENERALE DELLA DIFESA E DIREZIONE
NAZIONALE DEGLI ARMAMENTI

SEMINARIO NTC 2008 IN PRATICA

 POLITECNICO DI MILANO



Verifiche dei cinematicismi locali nelle strutture in muratura: teoria ed esempi pratici

Gabriele Milani

Professore Associato di Scienza delle Costruzioni

Dipartimento di Architettura, Ingegneria delle Costruzioni e Ambiente
Costruito A.B.C.

Politecnico di Milano

C8.7.1.6 Metodi di analisi dei meccanismi locali

Negli antichi edifici in muratura sono spesso assenti sistematici elementi di collegamento tra le pareti, a livello degli orizzontamenti; ciò comporta una possibile vulnerabilità nei riguardi di meccanismi locali, che possono interessare non solo il collasso fuori dal piano di singoli pannelli

26-2-2009

Supplemento ordinario n. 27 alla GAZZETTA UFFICIALE

Serie generale - n. 47

murari, ma più ampie porzioni dell'edificio (ribaltamento di intere pareti mal collegate, ribaltamento di pareti sommitali in presenza di edifici di diversa altezza, collassi parziali negli edifici d'angolo degli aggregati edilizi, etc.). È indispensabile valutare la sicurezza dell'edificio nei confronti di tali meccanismi.

Un possibile modello di riferimento per questo tipo di valutazioni è quello dell'analisi limite dell'equilibrio delle strutture murarie, considerate come corpi rigidi non resistenti a trazione; la debole resistenza a trazione della muratura porta infatti, in questi casi, ad un collasso per perdita di equilibrio, la cui valutazione non dipende in modo significativo dalla deformabilità della struttura, ma dalla sua geometria e dai vincoli. In Appendice C8D è proposto un metodo basato su tale approccio, nella forma cinematica, particolarizzato all'esecuzione di un'analisi sismica. Applicando il principio dei lavori virtuali ad ogni meccanismo prescelto, è possibile valutare la capacità sismica in termini di resistenza (analisi cinematica lineare) o di spostamento, attraverso una valutazione in spostamenti finiti (analisi cinematica non lineare).



- Negli edifici esistenti in muratura la norma prevede verifiche locali eseguite con il metodo dell'analisi limite su cinematismi parziali.

Comportamento scatolare poco comune per edifici esistenti. Esso richiede

- buona connessione fra le pareti nelle intersezioni assenti
- buona connessione delle pareti con gli orizzontamenti
- orizzontamenti e copertura non spingenti
- solai e pareti di controvento non troppo distanziati fra loro

Conseguenze nel caso di comportamento scatolare

- il sistema di tutte le pareti collabora all'assorbimento delle azioni
- i solai, ben collegati e rigidi nel proprio piano, distribuiscono le azioni fra le pareti, secondo la loro rigidezza e posizione in pianta
- si può adottare un modello tridimensionale



- l'analisi può essere lineare, statica o dinamica, con fattore di struttura, ed eventualmente con ridistribuzioni (NTC08, 7.8.1.5.2)
- si può effettuare l'analisi statica non lineare, data la capacità del solaio di ridistribuire le azioni
- si verificano le pareti nella loro funzione di controvento (per azioni agenti nel piano medio)



Nelle analisi lineari si adotta un fattore di struttura (NTC08, 7.8.1.3)

$$q_0 = 2,0 a_u/a_1$$

- a_1 : moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale, mantenendo costanti le altre azioni, il primo pannello murario raggiunge la sua resistenza ultima (a taglio o a pressoflessione)
- a_u : 90% del moltiplicatore della forza sismica orizzontale per il quale, mantenendo costanti le altre azioni, la costruzione raggiunge la massima forza resistente
- $q = q_0 * K_r$ ($K_r=1$ per edifici regolari in altezza $K_r=0.8$ per non regolari in altezza)
- $a_u/a_1=1,4$ (1 piano) - $1,8$ (2 o più piani)

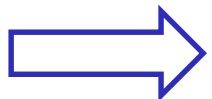
C8.7.1.2 Azione sismica

Per lo Stato limite di salvaguardia della vita e lo Stato limite di esercizio l'azione sismica è definita al § 3.2 delle NTC, tenuto conto del periodo di riferimento definito al § 2.4 delle NTC.

Per la verifica di edifici con analisi lineare ed impiego del fattore q , il valore da utilizzare per quest'ultimo è pari a:

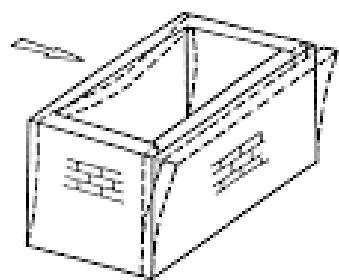
- $q = 2,0 \alpha_w/\alpha_1$ per edifici regolari in elevazione
- $q = 1,5 \alpha_w/\alpha_1$ negli altri casi

in cui α_w e α_1 sono definiti al § 7.8.1.3 delle NTC. In assenza di più precise valutazioni, potrà essere assunto un rapporto α_w/α_1 pari a 1,5. La definizione di regolarità per un edificio esistente in muratura è quella indicata al § 7.2.2 delle NTC, in cui il requisito d) è sostituito da: i solai sono ben collegati alle pareti e dotati di una sufficiente rigidità e resistenza nel loro piano.

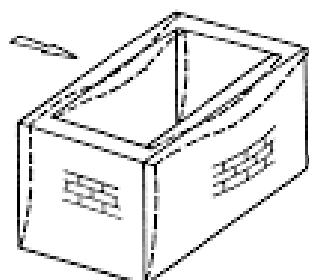


Di solito $1.5 * 1.5 = 3/2 * 3/2 = 9/4 = 2.25$

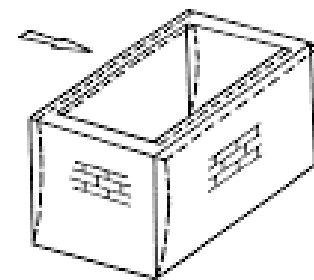
- Dalle considerazioni precedenti ne consegue che un edificio esistente in genere non è in grado di manifestare un chiaro comportamento globale, piuttosto tende a reagire al sisma come un insieme di sottosistemi (macro-blocchi).
- In generale il crollo avviene per formazione di cinematismi composti da macro-blocchi rigidi interconnessi da cerniere flessionali non resistenti a trazione
- Il collasso è caratterizzato da perdita dell'equilibrio di tali sottosistemi: meccanismi locali.



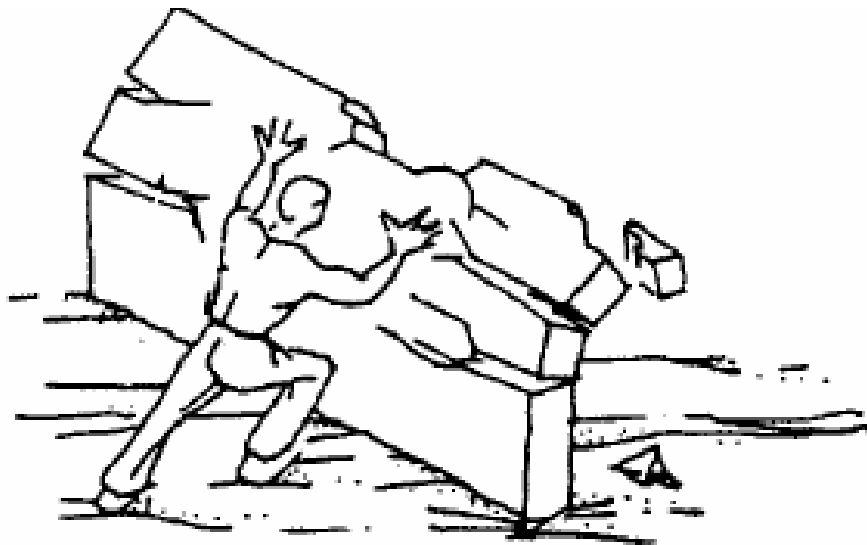
a) con solaio deformabile e senza cordolo



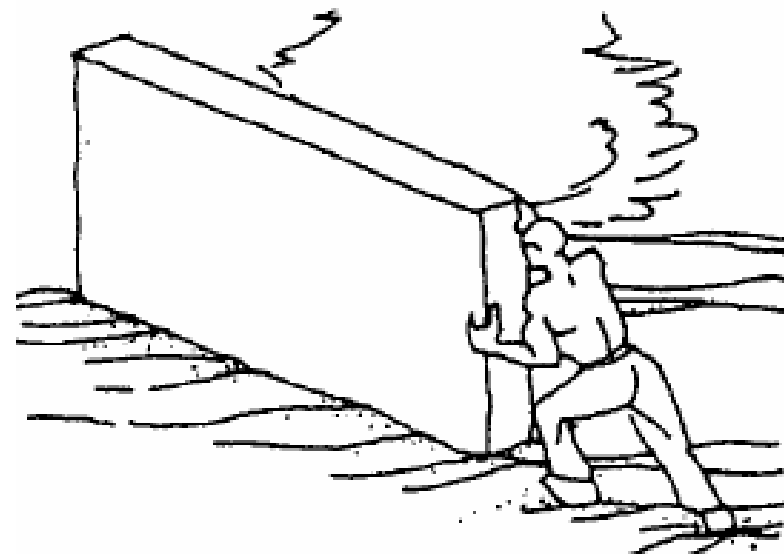
b) con cordolo e con solaio deformabile



c) con cordolo e con solaio rigido



Meccanismi di primo modo



Meccanismi di secondo modo



In tali casi la verifica globale non viene effettuata su un modello globale ma attraverso verifiche su un numero ragionevolmente grande di sottosistemi (o meglio cinematismi):

- l'individuazione dei possibili sottosistemi viene fatta sulla base dell'esperienza di terremoti passati e dall'attenta osservazione della costruzione
- le forze sismiche devono essere coerentemente ripartite sui sottosistemi
- si deve tenere correttamente conto delle forze scambiate tra i diversi sottosistemi strutturali considerati

Per ogni sottosistema si tratta di individuare il valore dell'accelerazione sismica che provoca il collasso del sottosistema stesso.

In virtù del teorema cinematico dell'analisi limite, il minore di tali valori di accelerazione rappresenta l'accelerazione di collasso della costruzione.



8.7.1 COSTRUZIONI IN MURATURA (D.M. 14/01/2008)

“Nelle costruzioni esistenti in muratura soggette ad azioni sismiche, particolarmente negli edifici, si possono manifestare meccanismi locali”.

I meccanismi locali interessano singoli pannelli murari o più ampie porzioni della costruzione, e sono favoriti dall'assenza o scarsa efficacia dei collegamenti tra pareti e orizzontamenti e negli incroci murari

Per l'analisi sismica dei meccanismi locali si può far ricorso ai metodi dell'analisi limite dell'equilibrio

CIRCOLARE 617 DEL 2009:

- **C8A.4.1: Analisi cinematica lineare**
- **C8A.4.2: Analisi cinematica non lineare**



Tra le più comuni tipologie di meccanismo citiamo:

- Ribaltamento semplice;
- Flessione verticale;
- Flessione orizzontale;
- Ribaltamento composto;
- Ribaltamento del cantonale;
- Ribaltamento del timpano.

Si segue il metodo previsto dalla normativa (C8.A.4 della Circolare 617/2009)

Per l'applicazione del metodo si fanno le seguenti ipotesi:

- Resistenza nulla a trazione della muratura;
- Assenza di scorrimento tra i blocchi;
- Deformabilità nulla dei macro-elementi;
- Resistenza infinita a compressione della muratura.

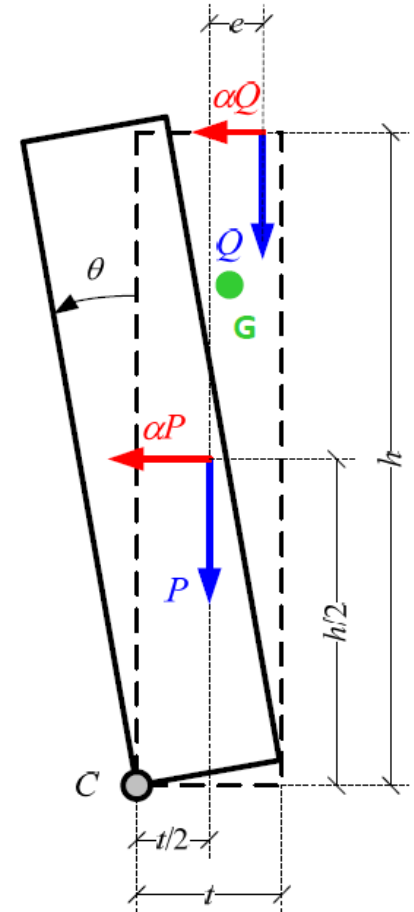
Il metodo di calcolo si articola nei seguenti passi:

- Trasformazione di una parte della costruzione in un sistema labile, ossia di una **catena cinematica**;
- Si individuano sistemi di corpi rigidi, definiti da cerniere flessionali o piani di frattura per la scarsa resistenza a trazione della muratura, in grado di ruotare o scorrere tra loro;
- Valutazione del moltiplicatore orizzontale dei carichi a_0 (moltiplicatore di collasso) che comporta l'attivazione del meccanismo;
- Valutazione dell'evoluzione del moltiplicatore orizzontale dei carichi a al crescere dello spostamento d_k di un punto di controllo della catena cinematica, fino all'annullamento della forza sismica orizzontale (si ottiene la curva $a-d$) è solo nel caso dell'analisi non lineare;
- Trasformazione della curva ottenuta in una curva di capacità a^*-d^* , in accelerazioni a^* e spostamenti d^* spettrali;
- Verifica di sicurezza attraverso gli spostamenti o resistenze richieste per la struttura

C8A.4.1 Analisi cinematica lineare

Per ottenere il moltiplicatore orizzontale α_0 dei carichi che porta all'attivazione del meccanismo locale di danno si applicano ai blocchi rigidi che compongono la catena cinematica le seguenti forze:

- i pesi propri dei blocchi, applicati nel loro baricentro (P);
- Un sistema di forze orizzontali proporzionali ai pesi propri
- i carichi verticali portati dagli stessi (Q);
- un sistema di forze orizzontali proporzionali ai carichi verticali portati;
- eventuali forze esterne ed interne (es. tiranti).



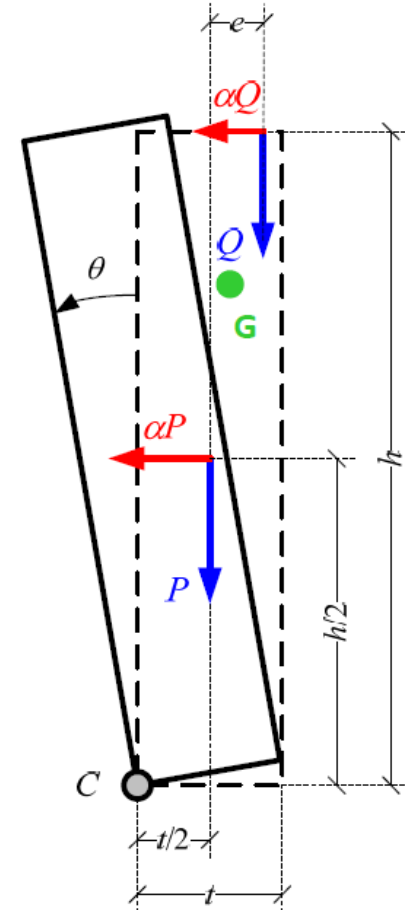
Assegnata una rotazione virtuale θ_k al generico blocco k, è possibile determinare in funzione di questa e della geometria della struttura, gli spostamenti delle diverse forze applicate nella rispettiva direzione.

C8A.4.1 Analisi cinematica lineare

Il moltiplicatore α_0 si ottiene applicando il Principio dei lavori virtuali ovvero uguagliando il lavoro totale eseguito dalle forze esterne ed interne applicate al sistema in corrispondenza dell'atto di moto virtuale

$$\alpha_0 \left(\sum_{i=1}^n P_i \delta_{x,i} + \sum_{j=n+1}^{n+m} P_j \delta_{x,j} \right) - \sum_{i=1}^n P_i \delta_{y,i} - \sum_{h=1}^o F_h \delta_h = L_{fi}$$

- P_i =peso proprio dei blocchi
- P_j =generica forza peso la cui massa per effetto del sistema genera una forza orizzontale
- $\delta_{x,i}$; $\delta_{y,i}$; $\delta_{x,j}$; $\delta_{y,j}$; δ_h : spostamenti virtuali delle generiche forze
- F_h : generica forza esterna
- L_{fi} : lavoro compiuto da eventuali forze interne



Determinazione del moltiplicatore a_0 Attraverso equilibrio alla rotazione

Esempio

$$M_{\text{Stab}} = M_{\text{Rib}}$$

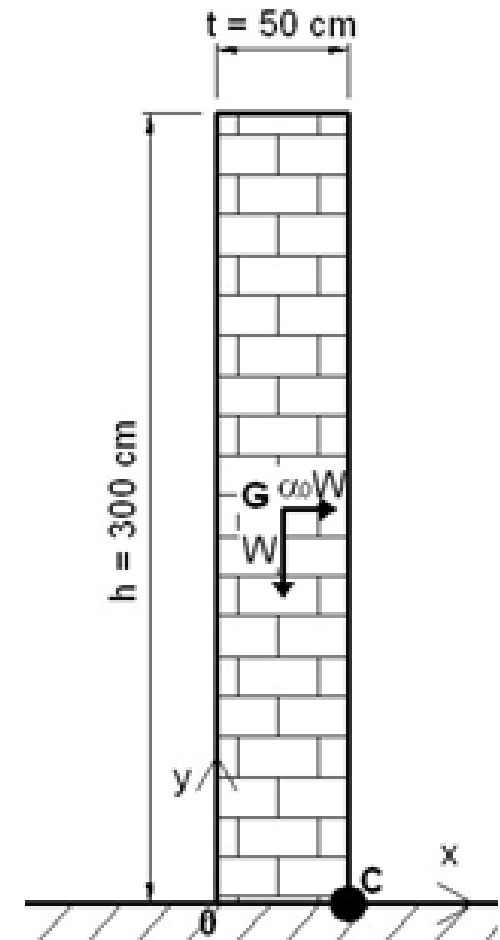
$$M_{\text{Stab}} = \frac{W \times t}{2} = \frac{8100 \times 0.5}{2} = 2025 \text{ daNm}$$

$$M_{\text{Rib}} = \frac{a_0 \times W \times h}{2} = \frac{a_0 \times 8100 \times 3}{2} = 12150 \times a_0 \text{ daNm}$$

Uguagliando le ultime due si ottiene:

$$a_0 = \frac{t}{h} = 0.167$$

N.B.: il moltiplicatore è puramente dato da rapporti geometrici



Determinazione del moltiplicatore a_0

Attraverso il PLV

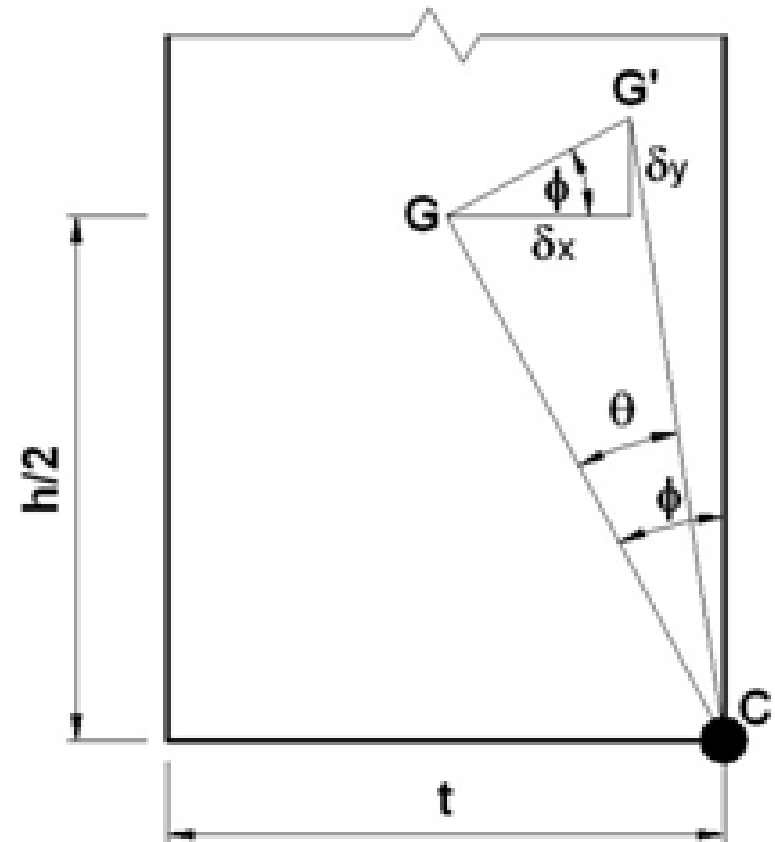
Esempio

$$a_0 \sum_{i=1}^n P_i \times d_{x,i} - \sum_{i=1}^n P_i \times d_{y,i} = 0$$

$$\alpha_0 \times W \times d_x - W \times d_y = 0$$

$$\alpha_0 = \frac{d_y}{d_x}$$

$$\alpha_0 = \frac{d_y}{d_x} = \frac{l \times \sin(f)}{l \times \cos(f)} = \operatorname{tg}(f) = \frac{t}{h} = 0.167$$

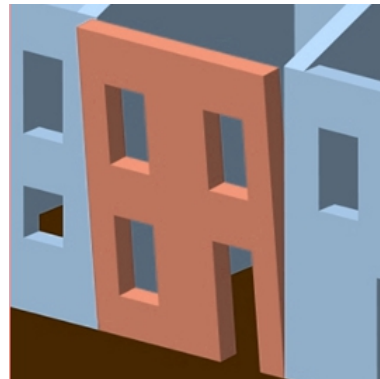


Programma per la verifica dei cinematismi locali

-Cinematismi calcolabili-



Rib. singolo



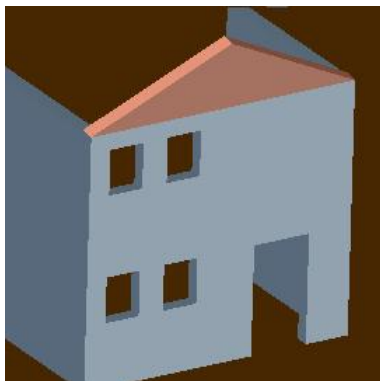
Rib. multiplo



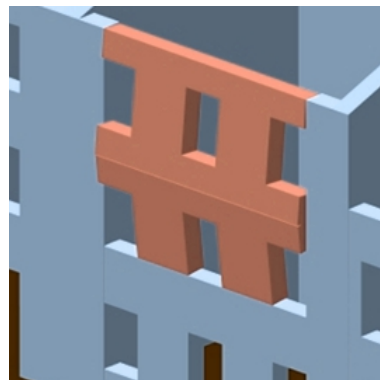
Rib. con cuneo trasversale
su entrambi i lati



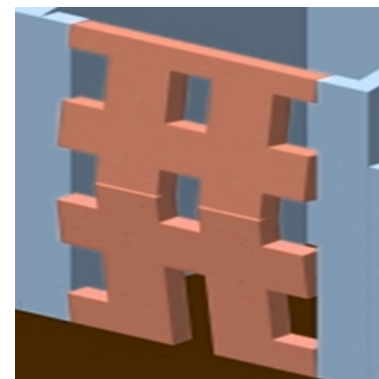
Rib. con cuneo trasversale
su un lato



Rib. Timpano



Flessione verticale
singola



Flessione verticale
multipla



Flessione orizzontale
singola



Momento stabilizzante:

$$M_S = \sum_{i=1}^n W_i \cdot \frac{s_i}{2} + \sum_{i=1}^n F_{Vi} \cdot d_{Vi} + \sum_{i=1}^n P_{Si} \cdot d_i + \sum_{i=1}^n T_i \cdot h_i$$

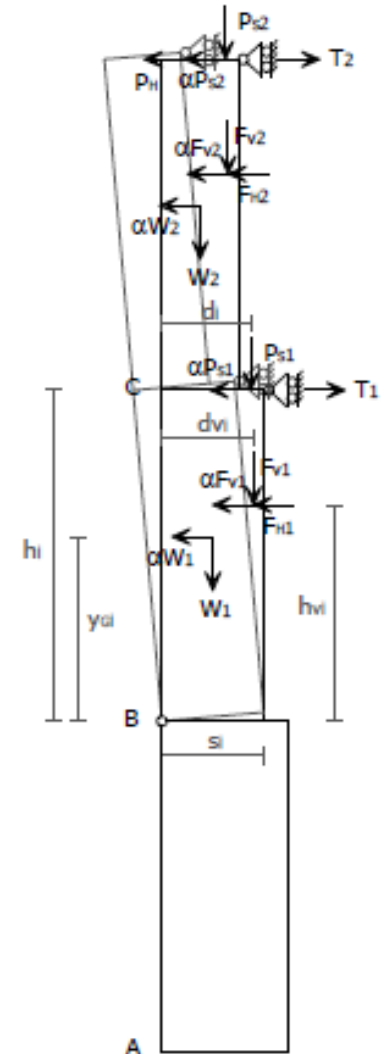
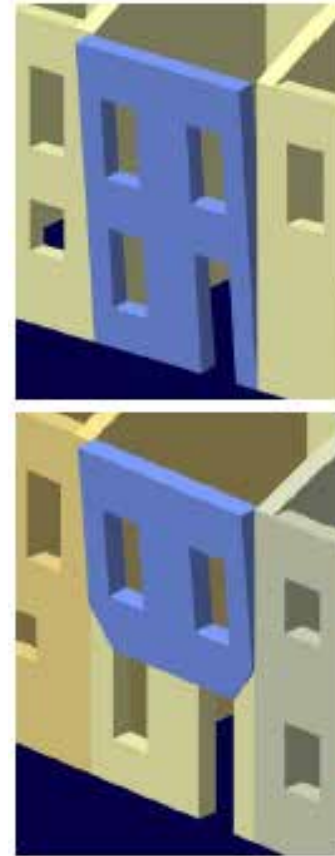
Momento ribaltante:

$$M_R = \alpha \cdot \left[\sum_{i=1}^n W_i \cdot y_{Gi} + \sum_{i=1}^n F_{Vi} \cdot h_{Vi} + \sum_{i=1}^n P_{Si} \cdot h_i \right] + \sum_{i=1}^n F_{Hi} \cdot h_{Vi} + P_H \cdot h_i$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n W_i \cdot \frac{s_i}{2} + \sum_{i=1}^n F_{Vi} \cdot d_{Vi} + \sum_{i=1}^n P_{Si} \cdot d_i + \sum_{i=1}^n T_i \cdot h_i - \sum_{i=1}^n F_{Hi} \cdot h_{Vi} - P_H \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n W_i \cdot y_{Gi} + \sum_{i=1}^n F_{Vi} \cdot h_{Vi} + \sum_{i=1}^n P_{Si} \cdot h_i}$$

Ribaltamento semplice di parete (uno o più piani) con tiranti





Momento stabilizzante:

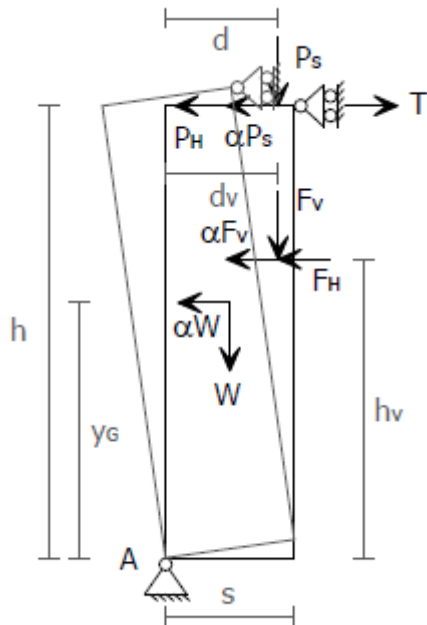
$$M_{S(A)} = W \cdot \frac{s}{2} + F_V \cdot d_V + P_S \cdot d + T \cdot h$$

Momento ribaltante:

$$M_{R(A)} = \alpha \cdot [W \cdot y_G + F_V \cdot h_V + P_S \cdot h] + F_H \cdot h_V + P_H \cdot h$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{W \cdot \frac{s}{2} + F_V \cdot d_V + P_S \cdot d + T \cdot h - F_H \cdot h_V - P_H \cdot h}{W \cdot y_G + F_V \cdot h_V + P_S \cdot h}$$



Ribaltamento
semplice di
parete
monolitica

Momento stabilizzante:

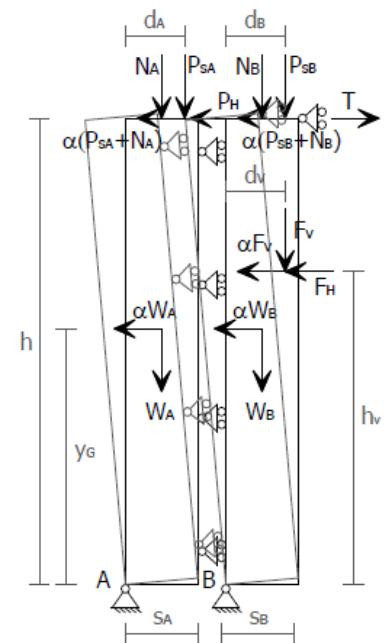
$$M_S = (W_A + N_A) \frac{s_A}{2} + P_{SA} d_A + (W_B + N_B) \frac{s_B}{2} + P_{SB} d_B + F_V d_V + T h$$

Momento ribaltante:

$$M_R = \alpha [(W_A + W_B) y_G + F_V h_V + (P_{SA} + P_{SB} + N_A + N_B) h] + F_H h_V + P_H h$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{(W_A + N_A) s_A + (W_B + N_B) s_B}{2[(W_A + W_B) y_G + F_V h_V + (P_{SA} + P_{SB} + N_A + N_B) h]} + \frac{P_{SA} d_A + P_{SB} d_B + F_V d_V - F_H h_V + T h - P_H h}{(W_A + W_B) y_G + F_V h_V + (P_{SA} + P_{SB} + N_A + N_B) h}$$



Ribaltamento
semplice di
parete
doppia cortina



Momento stabilizzante:

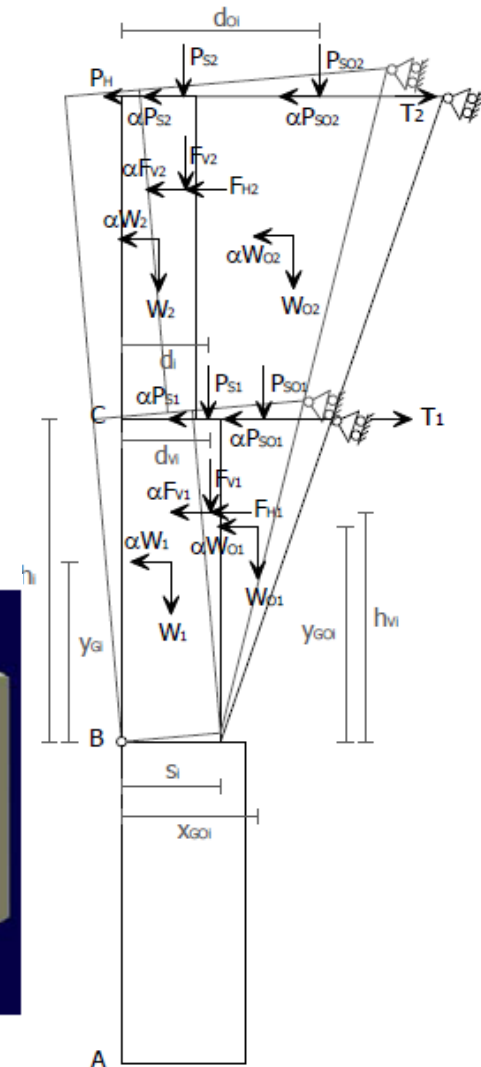
$$M_S = \sum_i W_i \frac{s_i}{2} + \sum_i F_{Vi} d_{Vi} + \sum_i W_{Oi} x_{GOi} + \sum_i P_{Si} d_i + \sum_i P_{SOi} d_{Oi} + \sum_i T_i h_i$$

Momento ribaltante:

$$M_R = \alpha \left[\sum_i W_i y_{Gi} + \sum_i W_{Oi} y_{GOi} + \sum_i F_{Vi} h_{Vi} + \sum_i P_{Si} h_i + \sum_i P_{SOi} h_i \right] + \sum_i F_{Hi} h_{Vi} + P_H h$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{\sum_i W_i \frac{s_i}{2} + \sum_i F_{Vi} d_{Vi} + \sum_i W_{Oi} x_{GOi} + \sum_i P_{Si} d_i + \sum_i P_{SOi} d_{Oi} + \sum_i T_i h_i - \sum_i F_{Hi} h_{Vi} - P_H h_i}{\sum_i W_i y_{Gi} + \sum_i W_{Oi} y_{GOi} + \sum_i F_{Vi} h_{Vi} + \sum_i P_{Si} h_i + \sum_i P_{SOi} h_i}$$



Ribaltamento
composto di
parete

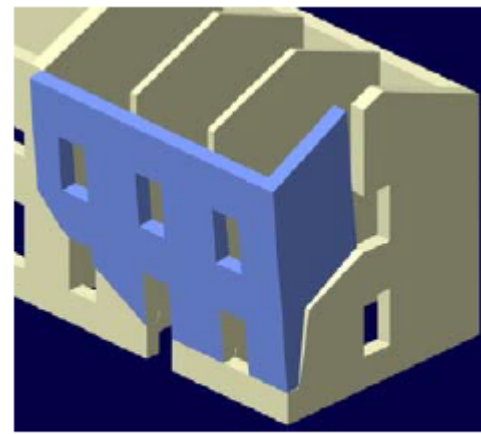


Foto: Arch. Fot. Vice Comm. Del. Beni Culturali - Sisma Abruzzo 2009



Momento stabilizzante:

$$M_{S(A)} = W x_G + F_V d_V + P d_P + P_{V1} d_1 + P_{V2} d_2 + (T'_1 + T'_2) h$$

Momento ribaltante:

$$M_{R(A)} = \alpha [W y_G + F_V h_V + (P + P_{V1} + P_{V2}) h] + F'_H h_V + (P_H + P'_{H1} + P'_{H2}) h$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{E}{W y_G + F_V h_V + (P + P_{V1} + P_{V2}) h}$$

Il termine E indica la seguente espressione:

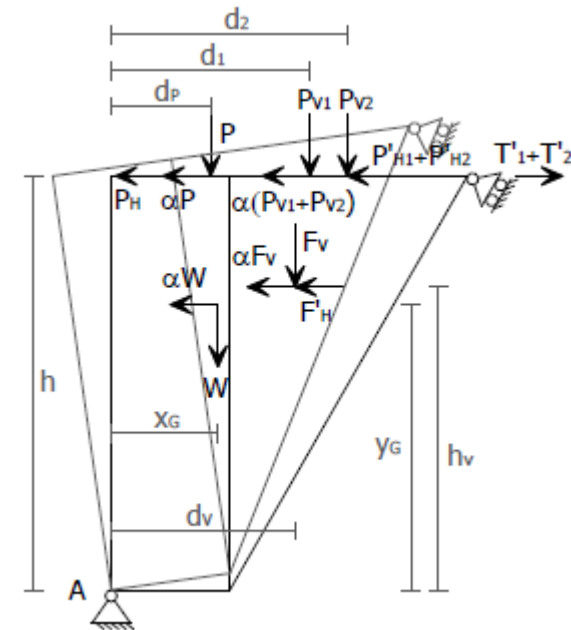
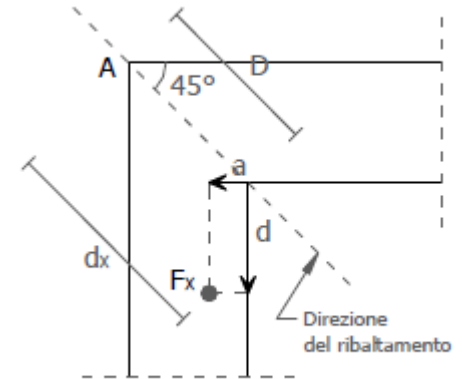
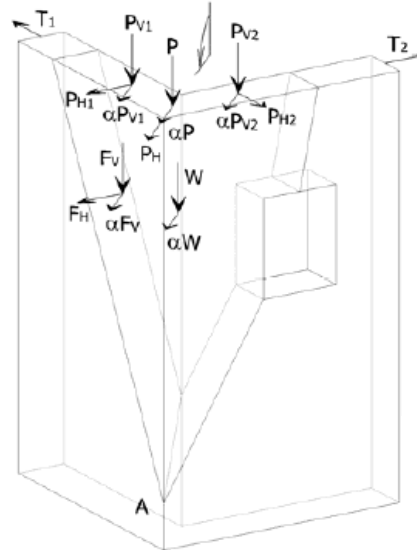
$$E = W x_G + F_V d_V + P d_P + P_{V1} d_1 + P_{V2} d_2 + (T'_1 + T'_2) h + F'_H h_V + (P_H + P'_{H1} + P'_{H2}) h$$

Le grandezze contraddistinte dall'apice rappresentano le proiezioni nella direzione del ribaltamento delle rispettive componenti di azioni considerate.

Il braccio orizzontale d_x del generico carico verticale F_x applicato, rispetto alla cerniera in A, può essere valutato secondo la relazione:

$$d_x = D + \sqrt{2}/2(d - a)$$

Ribaltamento cantonale





Equazione dei lavori virtuali:

$$\alpha \cdot [W_1 \delta_{1x} + W_2 \delta_{2x} + F_{V1} \delta_{V1x} + F_{V2} \delta_{V2x} + P_{S1} \delta_{P1x}] + F_{H1} \delta_{V1x} + F_{H2} \delta_{V2x} =$$

$$= W_1 \delta_{1y} + W_2 \delta_{2y} + F_{V1} \delta_{V1y} + F_{V2} \delta_{V2y} + N \delta_{Ny} + P_{S1} \delta_{P1y} + P_{S2} \delta_{P2y} + T \delta_{P1x}$$

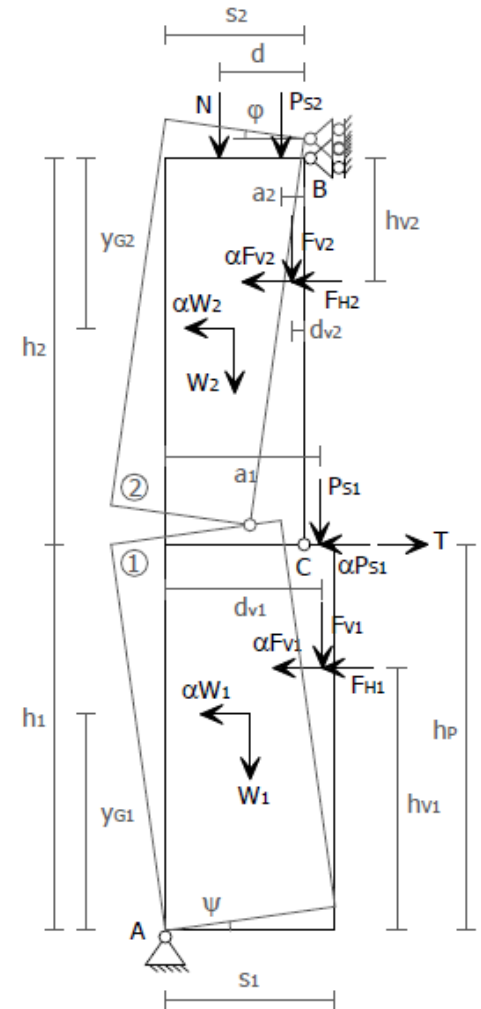
Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{E}{W_1 y_{G1} + F_{V1} h_{V1} + P_{S1} h_P + (W_2 y_{G2} + F_{V2} h_{V2}) \frac{h_1}{h_2}}$$

Il termine E indica la seguente espressione:

$$E = \frac{W_1}{2} s_1 + F_{V1} d_{V1} + (W_2 + P_{S2} + N + F_{V2}) s_2 +$$

$$+ \frac{h_1}{h_2} \left(\frac{W_2}{2} s_2 + P_{S2} a_2 + N d + F_{V2} d_{V2} - F_{H2} h_{V2} \right) + P_{S1} a_1 - F_{H1} h_{V1} + T h_P$$



Flessione verticale

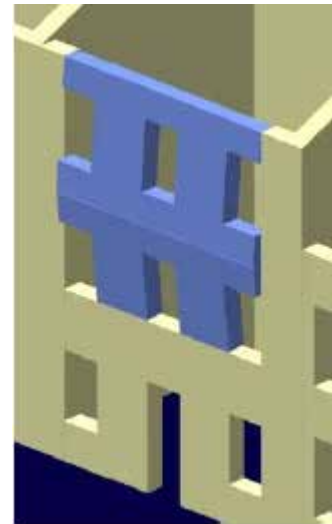


Foto da: MEDEA - Papa e Zuccaro, 2001



Equazione dei lavori virtuali:

$$\alpha \cdot \left[W_1 \delta_{1y} + W_2 \delta_{2y} + \sum_i P_{Vi1} \delta_{Pi1y} + \sum_i P_{Vi2} \delta_{Pi2y} \right] + \sum_i P_{Hi1} \delta_{Pi1y} + \sum_i P_{Hi2} \delta_{Pi2y} - H \delta_{Hx} = 0$$

Moltiplicatore di collasso:

$$\alpha = \frac{H \cdot s \left(1 + \frac{L_1}{L_2}\right) - \sum_i P_{Hi1} d_{i1} - \sum_i P_{Hi2} \frac{L_1}{L_2} d_{i2}}{W_1 x_{G1} + W_2 \frac{L_1}{L_2} x_{G2} + \sum_i P_{Vi1} d_{i1} + \sum_i P_{Vi2} \frac{L_1}{L_2} d_{i2}}$$

Il termine H si può valutare considerando le condizioni di equilibrio limite al ribaltamento delle pareti ortogonali.

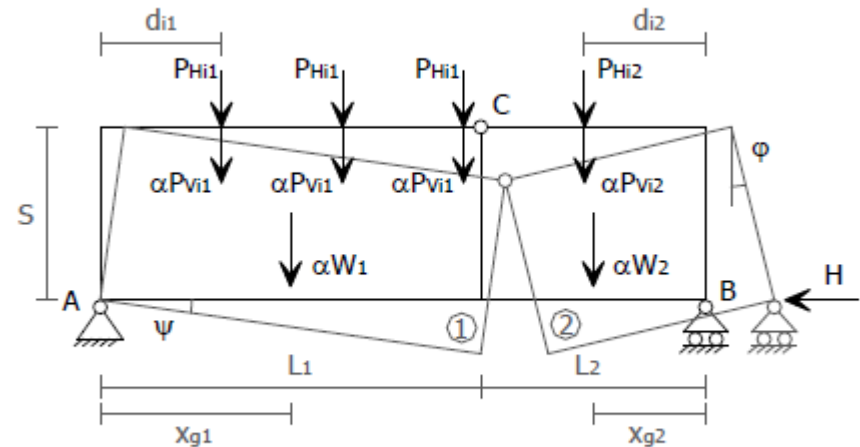
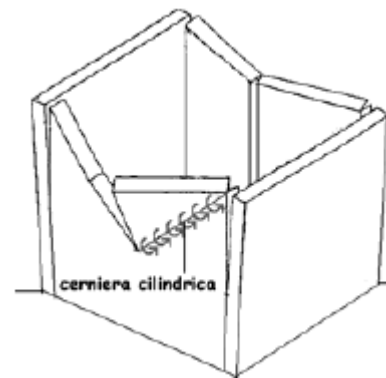


Foto da: MEDEA - Papa e Zucaro, 2001
Figure: Gurrieri, 1999 e BUR Marche, 2000



Flessione orizzontale





Opzioni di ritegno delle pareti

- Ritegni rigidi (es. cordoli in sommità della parete)
- Tiranti:
 - Ø *Esistente*: geometria nota
 - Ø *Nuovo da progettare*: geometria da dimensionare
 - Ø *Nuovo da verificare*: si tratta di un tirante nuovo la cui geometria non deve essere modificata



Calcolo automatico dei cinematismi

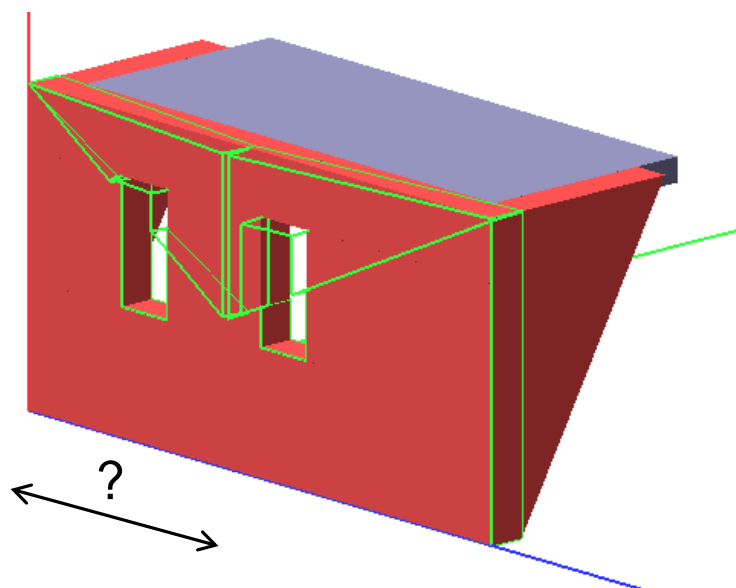
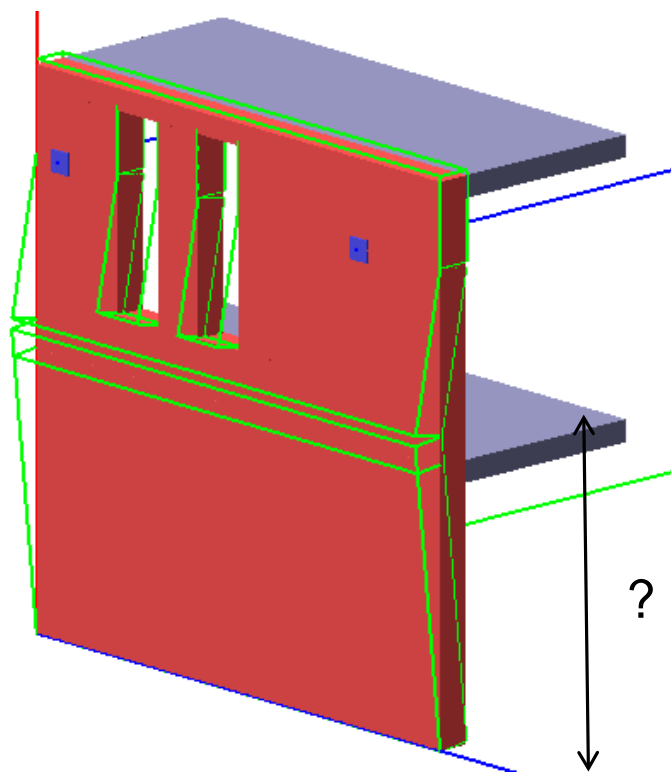
Alcuni software in funzione della geometria e dei gradi di vincoli modellati determina automaticamente i possibili meccanismi di collasso

- In assenza di tiranti o elementi di ritegno sulla parete i cinematismi calcolati sono di solito esclusivamente quelli di ribaltamento
- Se sono presenti dei tiranti esistenti si determina se essi sono in grado di reggere alla spinta sismica, in caso positivo si determina oltre al cinematismo di ribaltamento anche quello di flessione verticale
- In caso di buon ammorsamento delle parete di solito si determina il meccanismo di ribaltamento con cuneo trasversale e quello di flessione orizzontale



Valutazione del moltiplicatore di collasso dei carichi

Al fine di valutare il corretto moltiplicatore dei carichi è necessario valutare la catena cinematica a cui corrisponde il minor moltiplicatore di collasso



Attraverso una procedura iterativa la posizione delle cerniere viene calcolata automaticamente



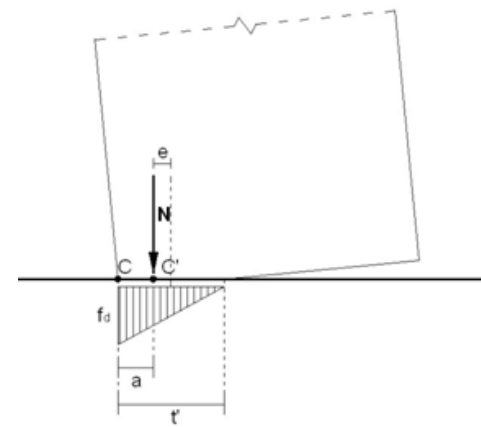
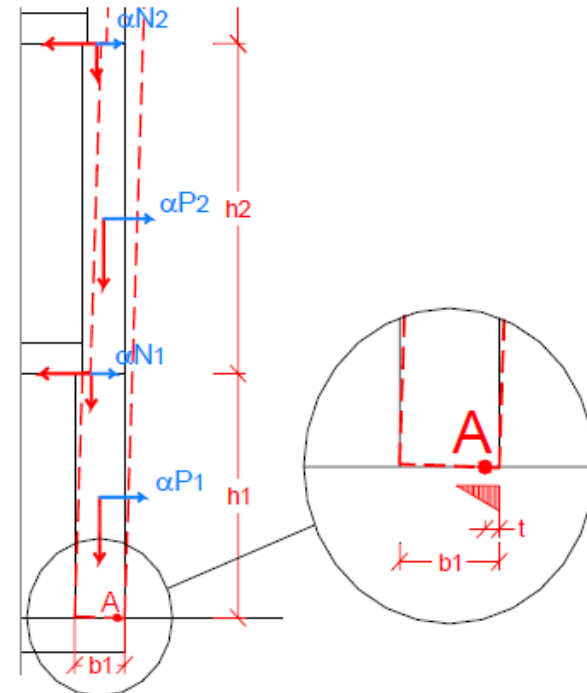
Stress block/distribuzioni lineari

La rotazione dei blocchi rigidi che compongono il meccanismo avvengono attorno alla cerniera A, arretrata rispetto al filo esterno del muro in seguito alla parzializzazione e concentrazione degli sforzi.

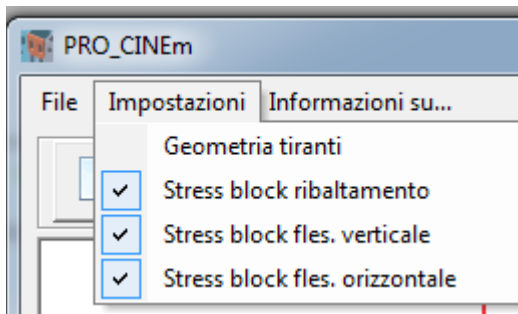
$$t = \frac{2 \cdot \sum_i W_i}{3 \cdot \sigma_r \cdot l}$$

- $\sum W_i$ = somma dei carichi
- σ_r = resistenza a compressione della muratura

$$s_r = \frac{N}{l \cdot t} + \frac{6 \cdot e}{t^2} \cdot \sigma$$



Molti software consentono di scegliere le tipologie a cui applicare tale ipotesi





Analisi cinematica non lineare

Passi richiesti:

- 1) determinazione della curva di capacità della struttura
- 2) trasformazione del sistema reale in un sistema equivalente.
- 3) Come per l'analisi pushover, la verifica si effettua confrontando la "capacità di spostamento" con lo "spostamento richiesto (domanda)".

Curva di capacità

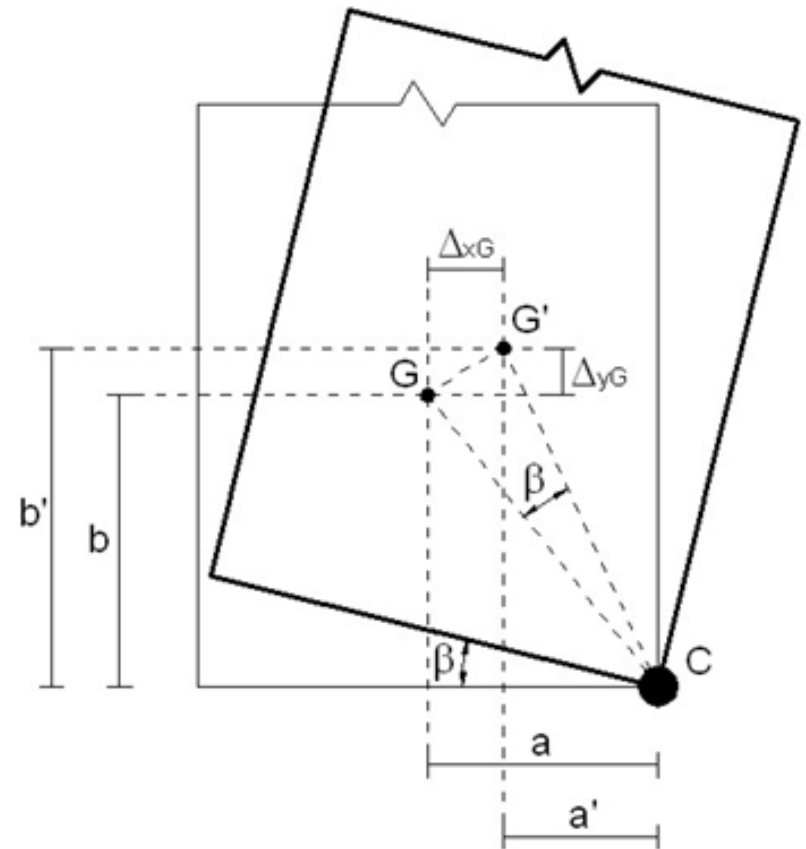
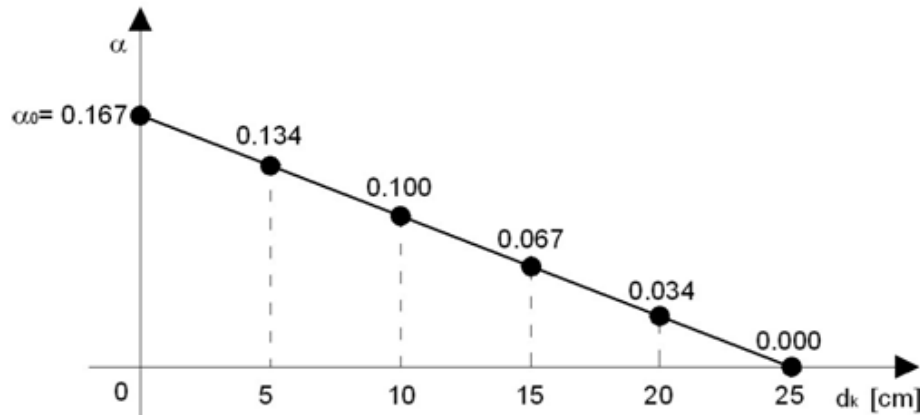
Si determina come segue:

- 1) il moltiplicatore orizzontale a dei carichi è valutato anche sulle configurazioni variate (o deformate) della catena cinematica
- 2) L'analisi è condotta fino al raggiungimento della configurazione in cui si ottiene $a = 0$.



Analisi cinematica non lineare

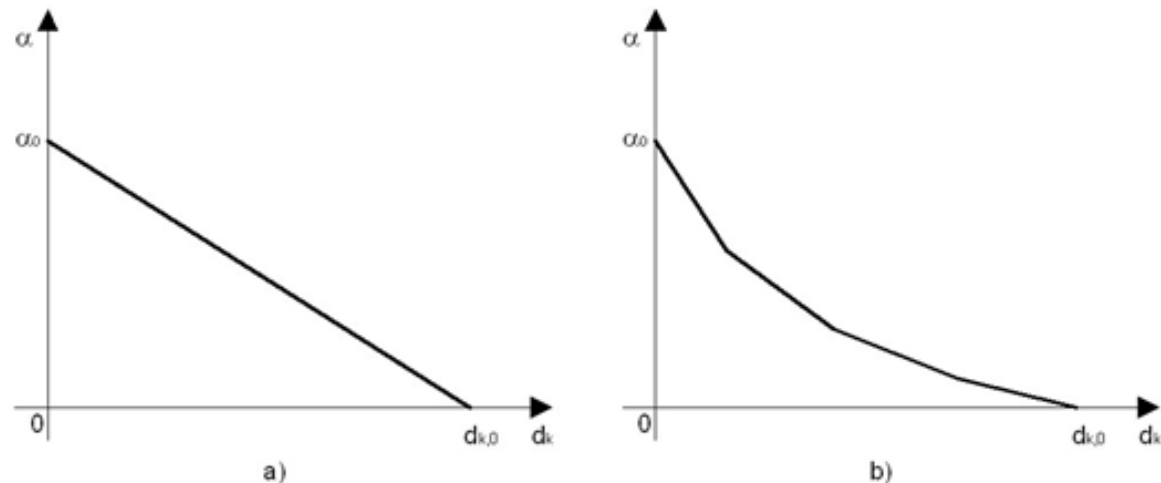
Nelle configurazione deformata, aumenta il braccio delle forze instabilizzanti e diminuisce quello delle forze stabilizzanti. Per questo motivo, generalmente, l'andamento della curva è decrescente.





- 1) Per ogni configurazione variata si ottiene il valore del moltiplicatore a in funzione dello spostamento orizzontale d_k del punto di controllo (generalmente coincidente con l'estremo della catena o con il baricentro delle masse), ottenendo la curva di capacità ($a - d_k$) della catena cinematica.
- 2) Non è detto che la relazione sia lineare tuttavia se le diverse azioni agenti sul cinematismo sono costanti nell'evolversi del cinematismo, si dimostra che la curva è ragionevolmente lineare

$$a = a_0 \frac{d_k}{d_{k,0}}$$



$d_{k,0}$ è lo spostamento del punto di controllo che annulla il moltiplicatore dei carichi orizzontali



Curva di capacità dell'oscillatore equivalente

- 1) È Noto l'andamento del moltiplicatore in funzione dello spostamento d_k del punto di controllo della struttura (curva di capacità reale)
- 2) Si definisce la curva di capacità dell'oscillatore equivalente, come relazione tra l'accelerazione spettrale a^* e lo spostamento spettrale d^* .
- 3) Si definisce in primis la massa partecipante:

$$M^* = \frac{\sum_{i=1}^{n+m} P_i \cdot d_{x,i}^2}{g \cdot \sum_{i=1}^{n+m} P_i} \quad \text{Massa partecipante}$$

$n+m$ è il numero delle forze peso P_i applicate sulla struttura, le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano forze orizzontali sugli elementi della catena cinematica



Curva di capacità dell'oscillatore equivalente

$$e^* = \frac{g \times M^*}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad \text{Frazione di massa partecipante}$$

4) L'accelerazione spettrale a^* si ottiene moltiplicando per l'accelerazione di gravità il moltiplicatore e dividendolo per la frazione di massa partecipante al cinematicismo ed il fattore di confidenza:

$$a^* = \frac{a \times g}{e^* \times FC}$$

$$a_0^* = \frac{a_0 \times g}{e^* \times FC} \quad \text{Accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo}$$



5) Lo spostamento spettrale d^* dell'oscillatore equivalente si ottiene, in via approssimata, noto lo spostamento del punto di controllo d_k , dalla relazione seguente con riferimento agli spostamenti virtuali della configurazione iniziale (indeformata):

$$d^* = d_k \frac{\sum_{i=1}^{n+m} \ddot{a}_i P_i \times d_{x,i}^2}{d_{x,k} \sum_{i=1}^{n+m} \ddot{a}_i P_i \times d_{x,i}}$$

$d_{x,k}$ è lo spostamento virtuale del punto assunto come riferimento per la determinazione di d_k

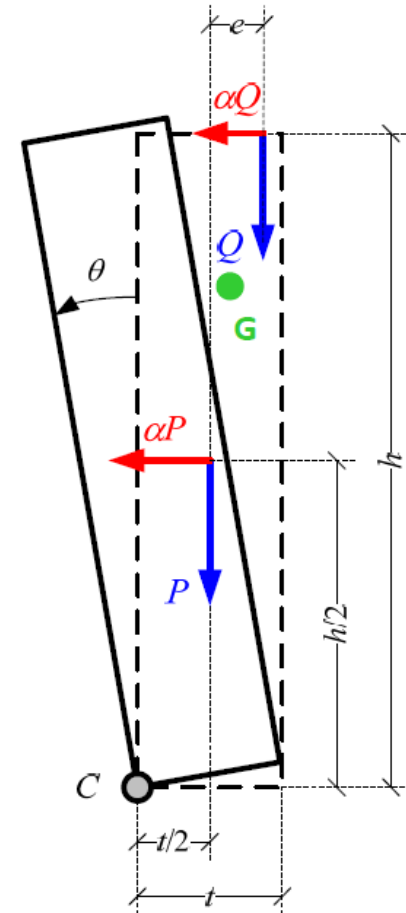
C8A.4.2.3 Verifica SLD e SLU con analisi lineare a quota zero

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione comunque sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica di sicurezza è soddisfatta se l'accelerazione spettrale a_0^* che attiva il meccanismo, confrontata con l'accelerazione al suolo soddisfa la seguente disuguaglianza:

$$\text{SLD: } a_0^* \geq a_g(P_{VR}) \cdot S$$

$$\text{SLU: } a_0^* \geq \frac{a_g(P_{VR}) \cdot S}{q}$$

- a_g : accelerazione al suolo funzione della probabilità di superamento
- S : coeff. Della categoria di suolo
- q : fattore di struttura (in genere pari a 2)



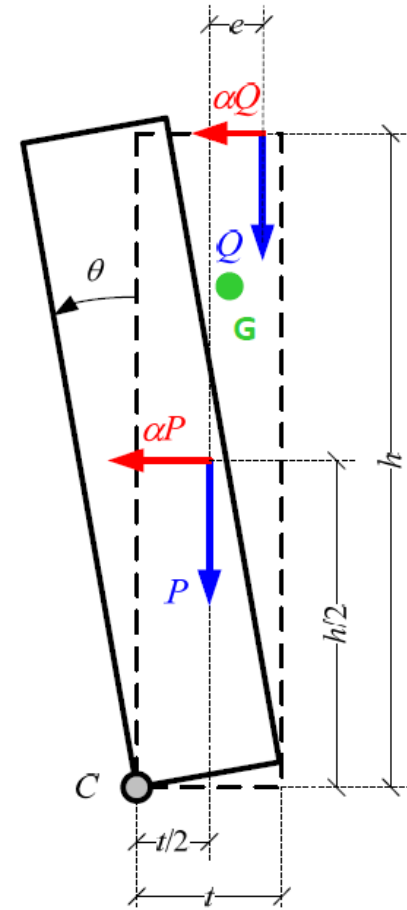
C8A.4.2.3 Verifica SLD e SLU con analisi lineare a quota sopraelevata

Nel caso in cui la verifica riguardi un elemento posto ad una certa quota, si deve tener conto del fatto che l'accelerazione assoluta alla quota della porzione di edificio interessata dal cinematisimo è in genere amplificata rispetto a quella al suolo, una approssimazione accettabile consiste nel verificare (oltre alle precedenti) che :

$$\text{SLD: } a_0^* \geq S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma$$

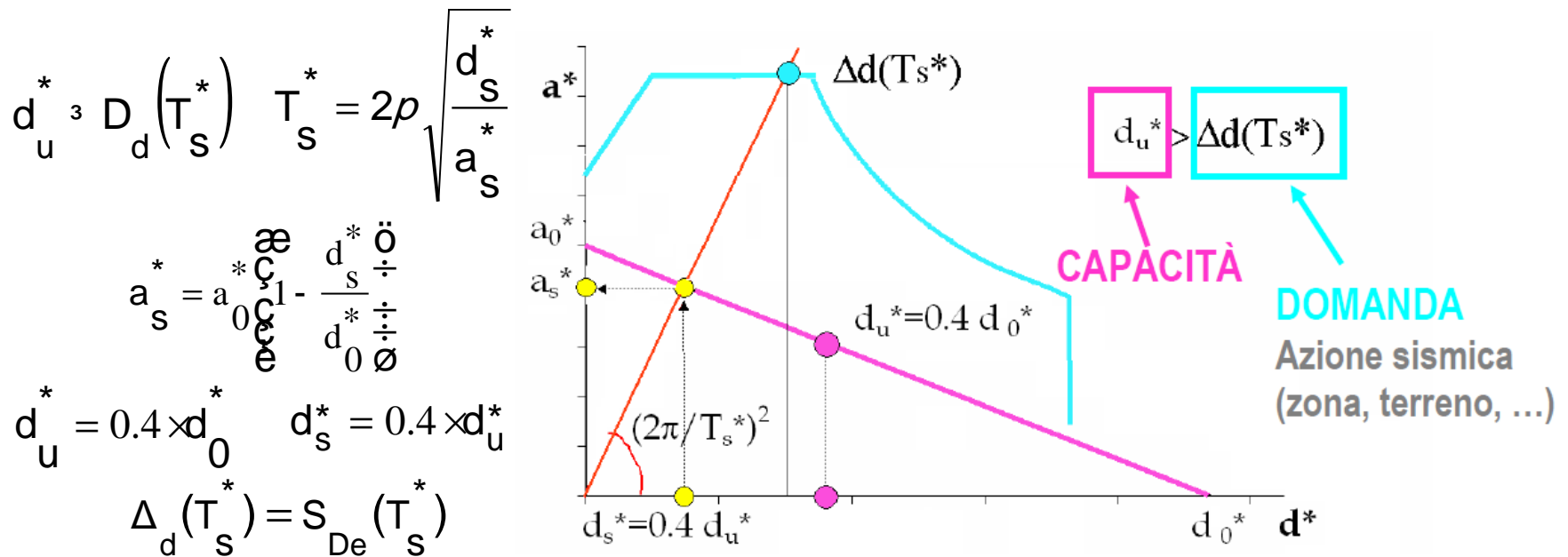
$$\text{SLU: } a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

- $S_e(T_1)$: spettro elastico in corrispondenza di $T_1 = 0.05 \cdot H^{0.75}$
- $\Psi(z)$: è il primo modo di vibrazione nella direzione considerata, normalizzato ad uno in sommità all'edificio;
- γ : coeff. di partecipazione modale ($3N/(2N+1)$ con N n° piani)
- q : fattore di struttura (=2)



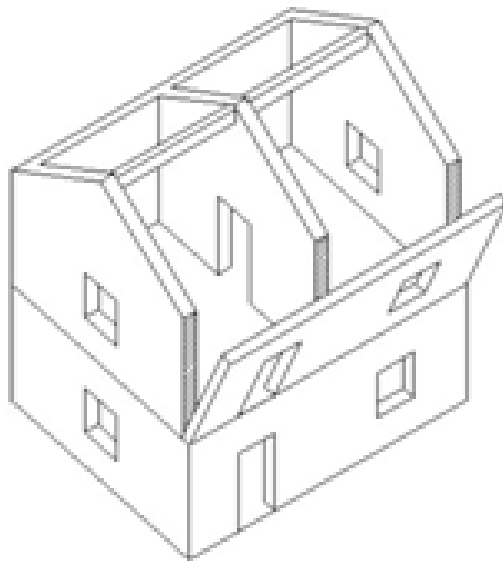
C8A.4.2.3 Verifica mediante spettro di capacità (cinematica non lineare)

La verifica di sicurezza nei confronti dello Stato limite di salvaguardia della vita consiste nel confronto tra la **capacità** di spostamento ultimo d_u^* del meccanismo locale e la **domanda** di spostamento $D_d(T_s)$ ottenuta dallo spettro di risposta in termini di spostamento in corrispondenza del periodo secante T_s .

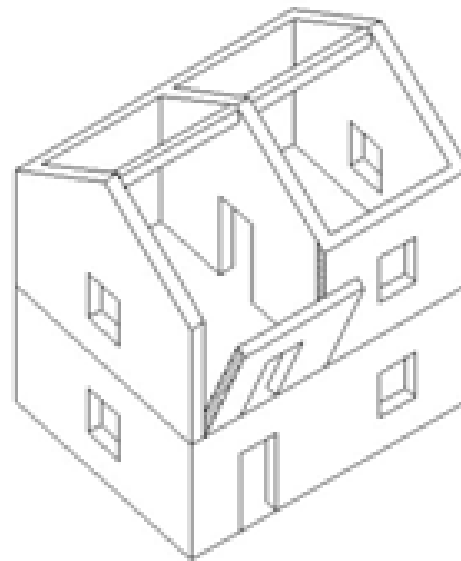




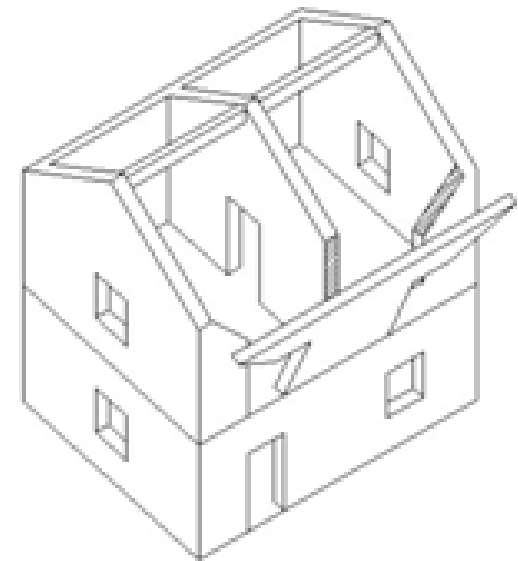
Tale meccanismo si verifica generalmente per la carenza di connessione tra la parete investita dal sisma e quelle ortogonali. In presenza di cordoli, tiranti, ecc., difficilmente si manifesta questo tipo di meccanismo, in quanto tali elementi ne ostacolano il ribaltamento.



a)



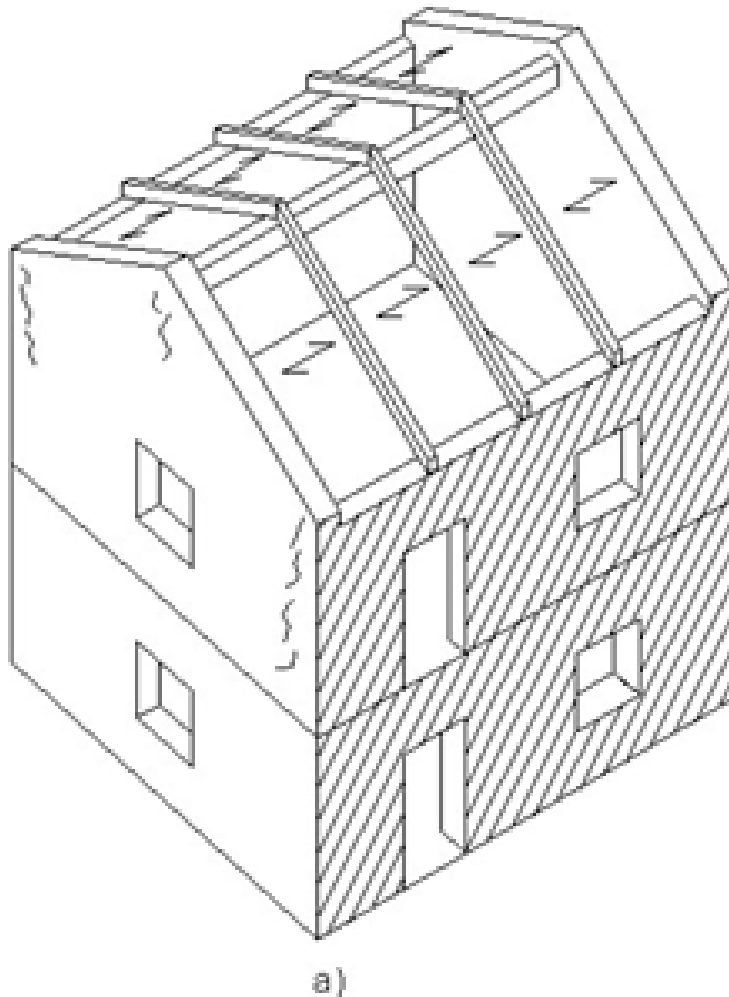
b)



c)

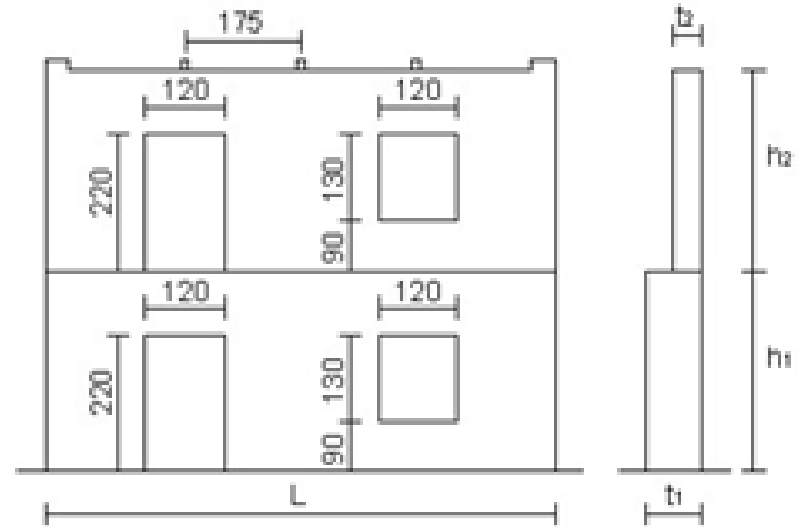


Esempio di verifiche su ribaltamento semplice



$$t_1 = 50 \text{ cm} = 2 * t_2$$

$$L = 700 \text{ cm}$$





Ribaltamento semplice

Cerniere cinematiche

C_1 (base piano 1)

C_2 (base piano 2)

Carichi

P_1 (peso parete piano 1)

P_2 (peso parete piano 2)

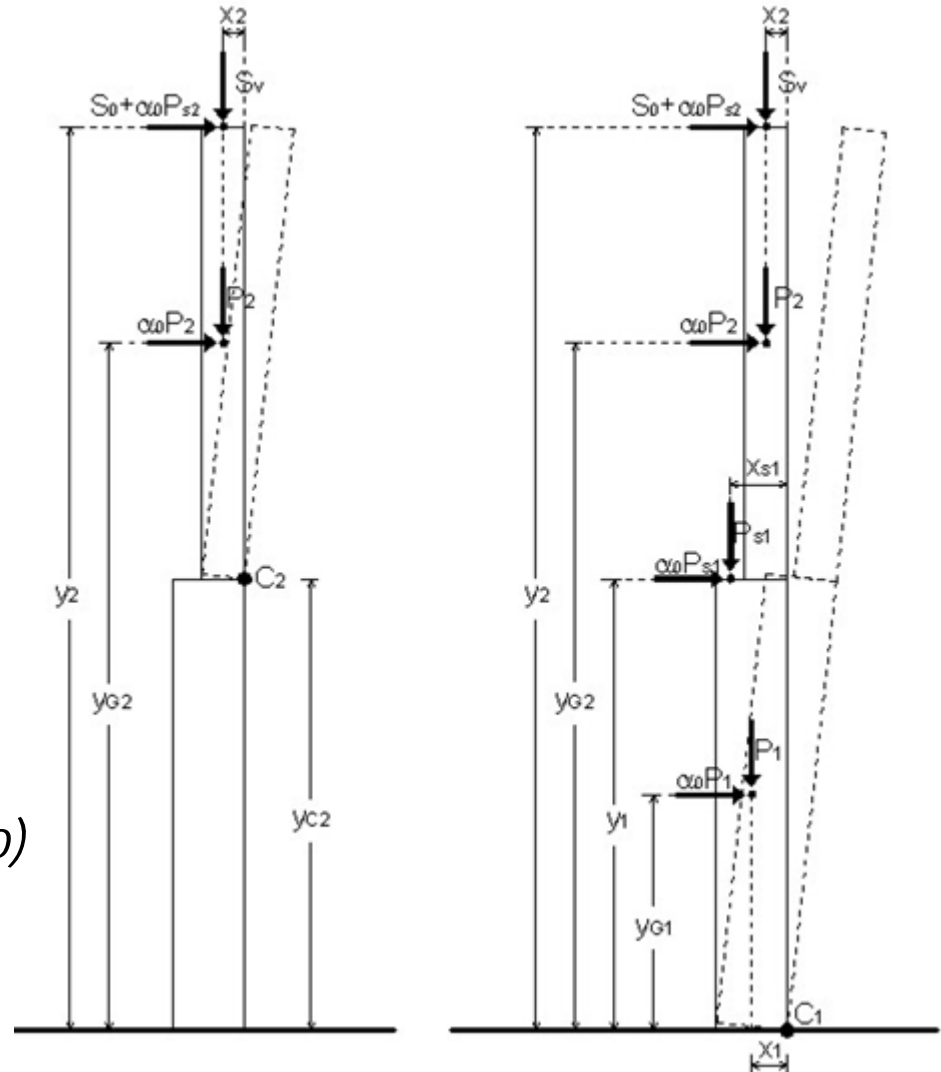
P_{s1} (peso solaio piano 1)

$S_V = P_{s2}$ (peso tetto)

S_0 (Forza statica orizz. del tetto)

$a_0 P_1, a_0 P_2, a_0 P_{s1}, a_0 P_{s2}$

(Azioni inerziali)

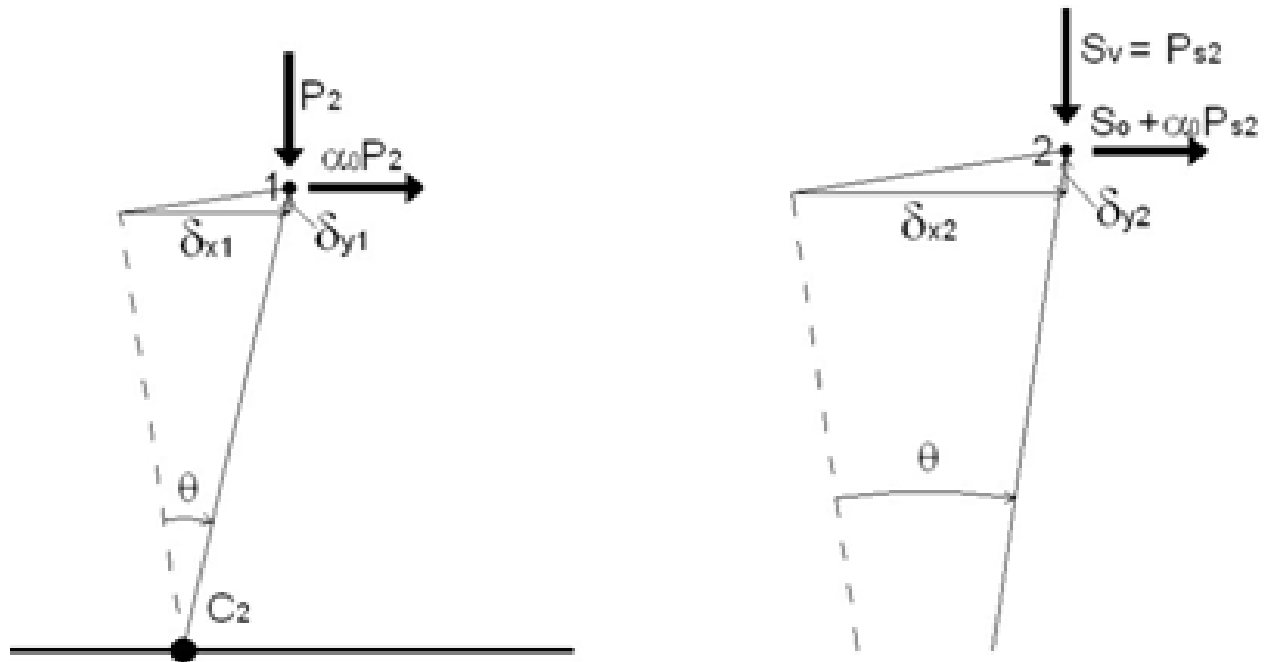




Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

$$L_{fe} = \sum_{i=1}^n \overset{\circ}{\mathbf{a}} P_{x,i} \times d_{x,i} + \sum_{i=1}^n \overset{\circ}{\mathbf{a}} P_{y,i} \times d_{y,i} = 0$$

$$a_0 (P_{s2} \times d_{x2} + P_2 \times d_{x1}) + S_0 \times d_{x2} - P_2 \times d_{y1} - P_{s2} \times d_{y2} = 0$$





Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

$$d_x = b \times \theta$$

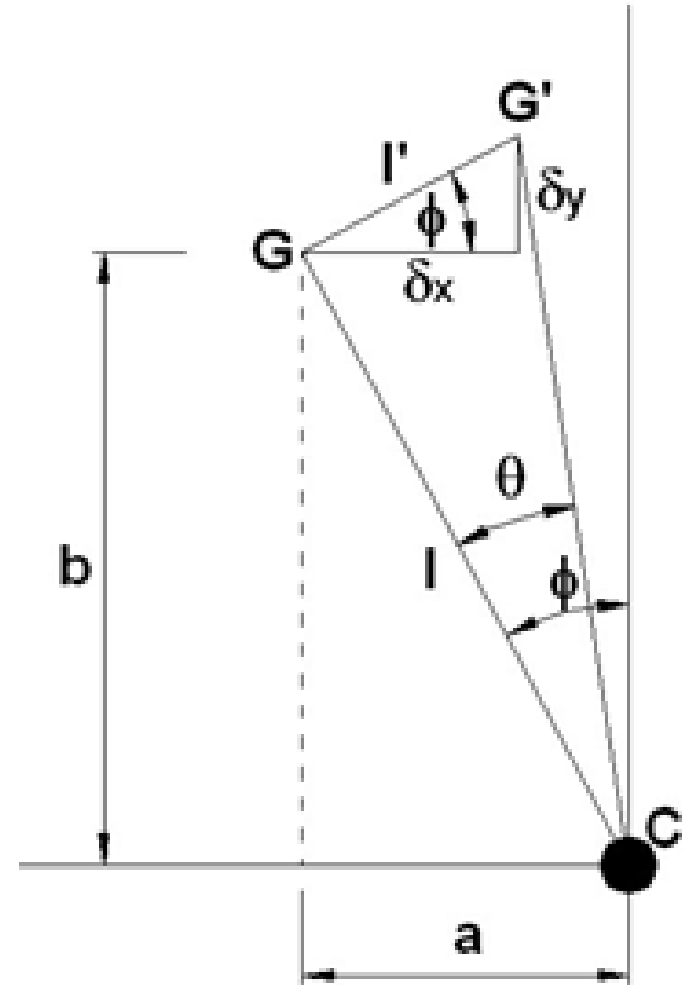
$$d_y = a \times \theta$$

$$d_{x1} = (y_{G2} - h_1) \times \theta$$

$$d_{y1} = \frac{t_2}{2} \times q$$

$$d_{x2} = h_2 \times q$$

$$d_{y2} = x_2 \times q = \frac{t_2}{2} \times q$$



Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

$$a_0 [P_{s2} \times h_2 \times q + P_2 (y_{G2} - h_1) \times q] + S_0 \times h_2 \times q - P_2 \frac{t_2}{2} q - P_{s2} \frac{t_2}{2} q = 0$$

$$a_0 = \frac{(P_2 + P_{s2}) \frac{t_2}{2} - S_0 \times h_2}{P_{s2} \times h_2 + P_2 \times (y_{G2} - h_1)} = 0.027$$

$$M^* = \frac{(P_2 \times d_{x1} + P_{s2} \times d_{x2})^2}{g \times P_2 \times d_{x1}^2 + P_{s2} \times d_{x2}^2} = \frac{\dot{e} P_2 \times (y_{G2} - h_1) + P_{s2} \times h_2 \times \dot{u}}{g \times P_2 \times (y_{G2} - h_1)^2 + P_{s2} \times h_2^2 \times \dot{u}}$$

$$e^* = \frac{g \times M^*}{P_2 + P_{s2}} = \frac{980.6 \times 12.38}{11210 + 1916} = 0.91$$

$$a_0^* = \frac{0.027 \times 980.6}{0.91 \times 1.35} = 21.56 \text{ cm/s}^2 = 0.21 \text{ m/s}^2$$

Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

Verifica SLD

$$a_0^* = a_g \times S$$

$$a_0^* = S_e(T_1) \times \psi(Z) \times \gamma$$

$$T_1 = C_1 \times H^{0.75} = 0.2 \text{ s}$$

$$S_e(T_1) = 192.3 \text{ cm/s}^2$$

$$\psi(Z) = \frac{320}{640} = 0.5$$

$$\gamma = \frac{3 \times 2}{2 \times 2 + 1} = 1.2$$

$$a_g = 0.052g$$

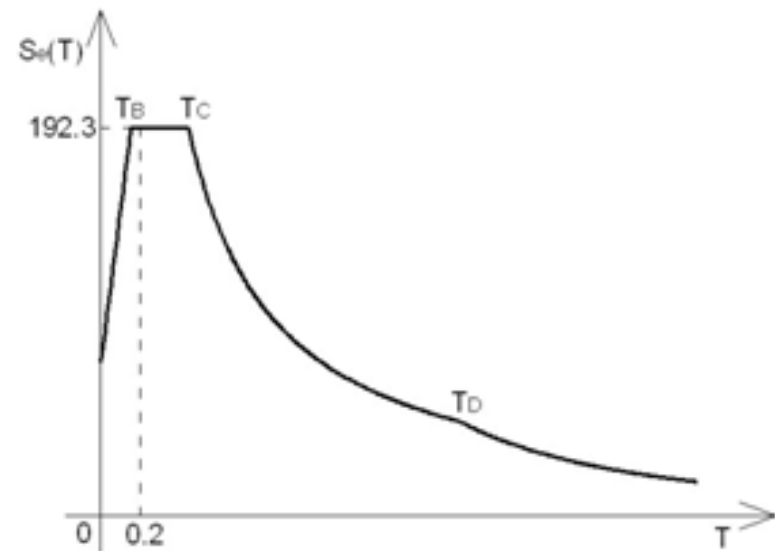
$$F_0 = 2.513$$

$$S = 1.5$$

$$T_B = 0.15 \text{ s}$$

$$T_C = 0.44 \text{ s}$$

$$T_D = 1.81 \text{ s}$$



$$a_0^* = 21.56 < 0.052 \times 980.6 \times 1.5 = 76.50 \text{ cm/s}^2$$

$$a_0^* = 21.56 < 192.3 \times 0.5 \times 1.2 = 115.38 \text{ cm/s}^2$$

(Non Verificato)

Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

Verifica SLV (analisi cinematica non lineare)

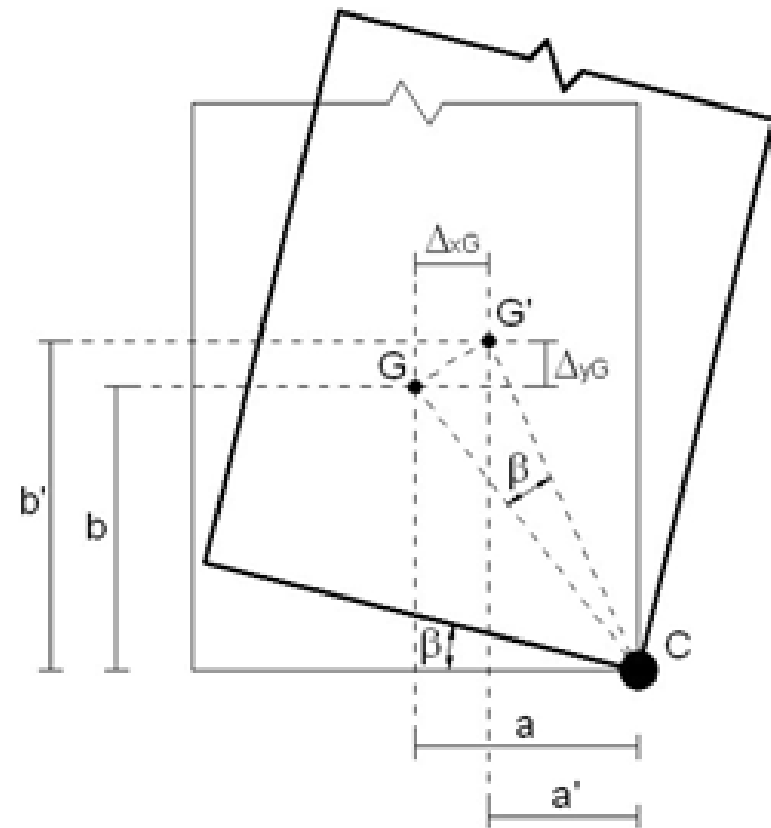
Occorre calcolare il moltiplicatore dei carichi orizzontali per una configurazione deformata

$$d_{x1} = (y_{G2} - h_1 + D_{y1}) \times q$$

$$d_{y1} = \frac{ae_2}{c_2} - D_{x1} \frac{\ddot{\theta}}{\theta} \times q$$

$$d_{x2} = (h_2 + D_{y2}) \times \theta$$

$$d_{y2} = \frac{ae_2}{c_2} - D_{x2} \frac{\ddot{\theta}}{\theta} \times q$$

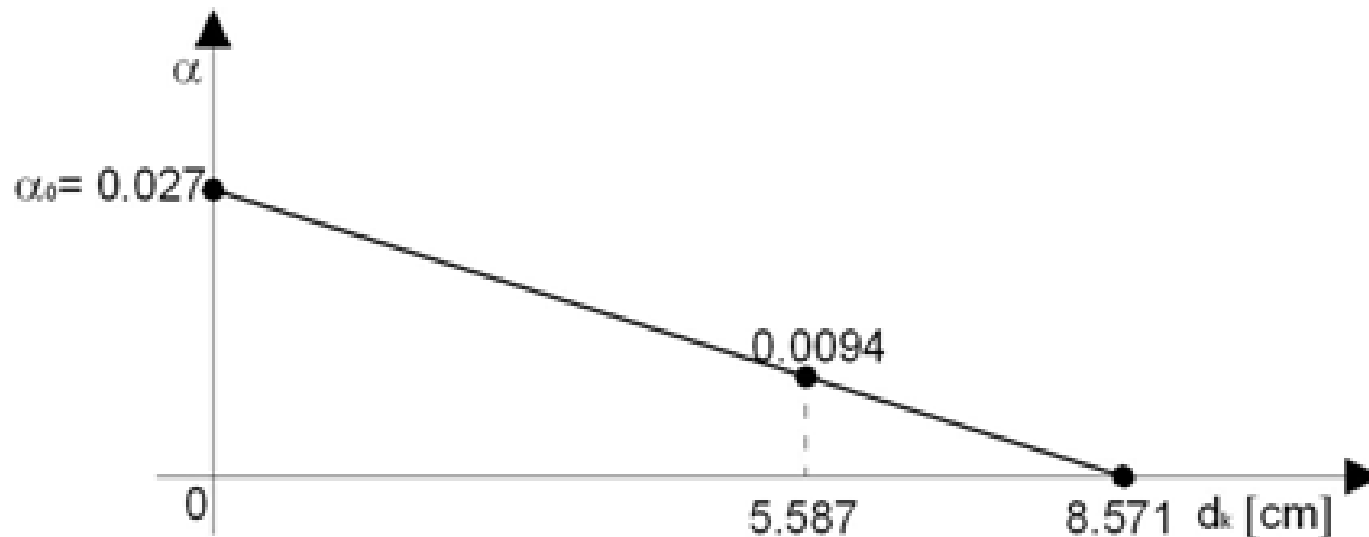




Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

Verifica SLV (analisi cinematica non lineare) costruzione della curva con una deformata impressa

$$a = \frac{P_2 \times \frac{\alpha_2}{e_2} - D_{x1} \frac{\ddot{\alpha}_2}{\emptyset} + P_{s2} \times \frac{\alpha_2}{e_2} - D_{x2} \frac{\ddot{\alpha}_2}{\emptyset} - S_0 \times (h_2 + D_{y2})}{P_{s2} \times (h_2 + D_{y2}) + P_2 \times (y_{G2} - h_1 + D_{y1})} = 0.0094$$





Ribaltamento semplice – Cerniera C_2

Verifica SLV (analisi cinematica non lineare)

$$a^* = 798.5 \times \alpha$$

$$\begin{aligned} d^* &= \frac{P_2 \times d_{x1}^2 + P_{s2} \times d_{x2}^2}{d_{x2} \times (P_2 \times d_{x1} + P_{s2} \times d_{x2})} d_k = \\ &= \frac{P_2 \times (y_{G2} - h_1)^2 + P_{s2} \times h_2^2}{h_2 \times [P_2 \times (y_{G2} - h_1) + P_{s2} \times h_2]} d_k = 0.64 \times d_k \end{aligned}$$

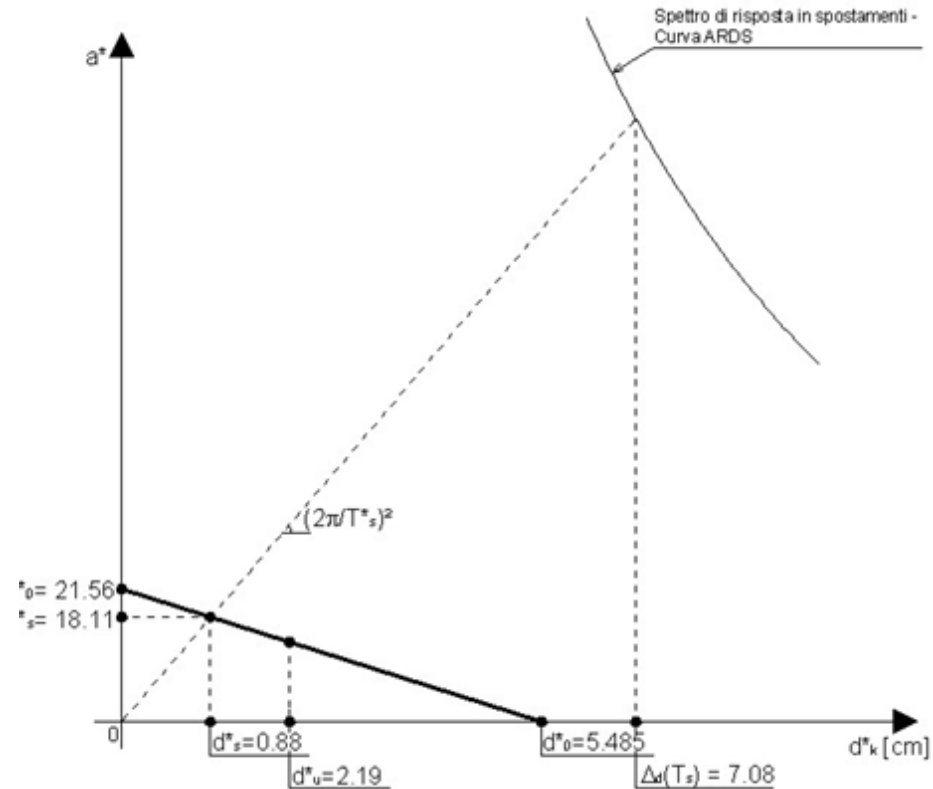
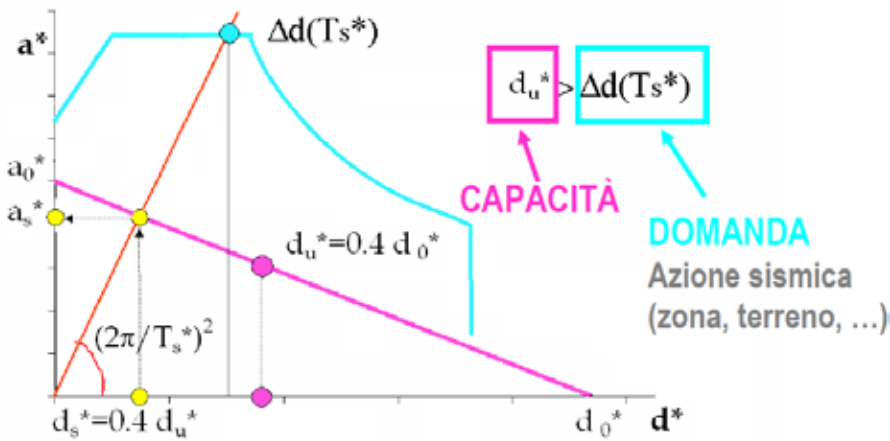
$$d_u^* = 0.4 \times d_0^* = 2.19 \text{ cm} \quad (\text{Capacità di spostamento})$$

$$d_s^* = 0.4 \times d_u^* = 0.88 \text{ cm}$$

$$T_s = 2 \times \rho \sqrt{\frac{0.88}{18.11}} = 1.39 \text{ s}$$



Ribaltamento semplice – Cerniera C_2



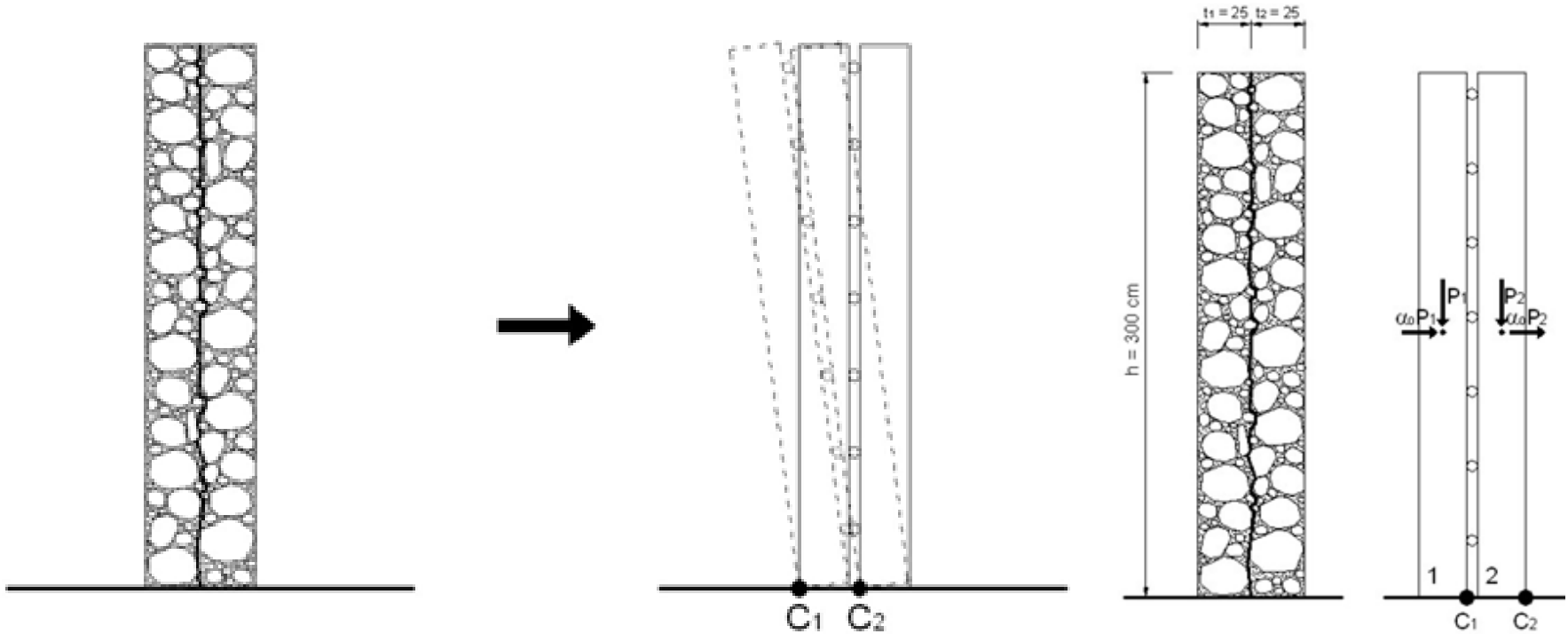
Verifica SLV

(analisi cinematica non lineare)

$$d_u^* = 2.19 < \Delta d(T_s) = S_{De}(T_s) = 7.08 \text{ cm}$$

(non verificato)

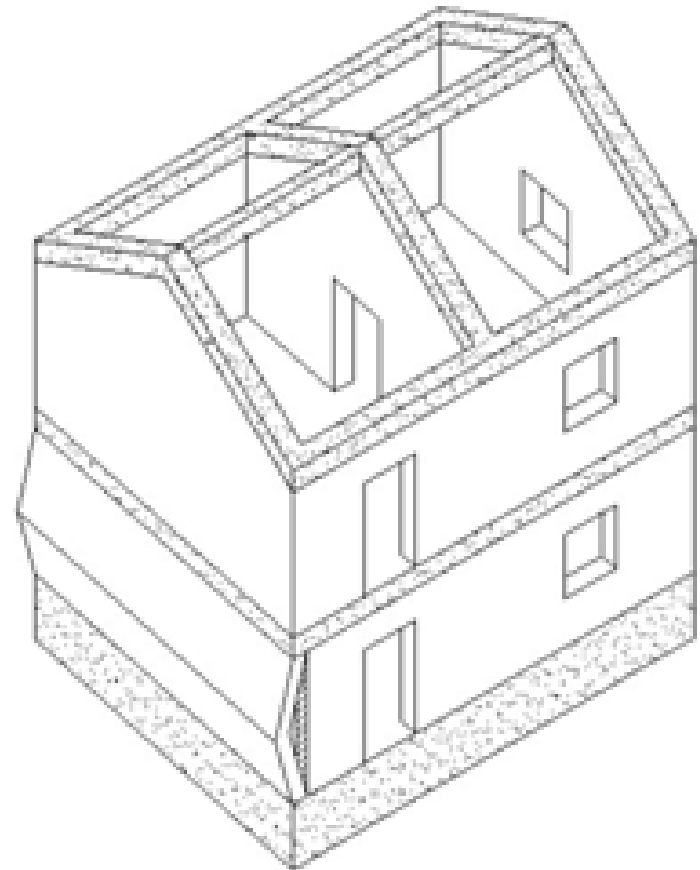
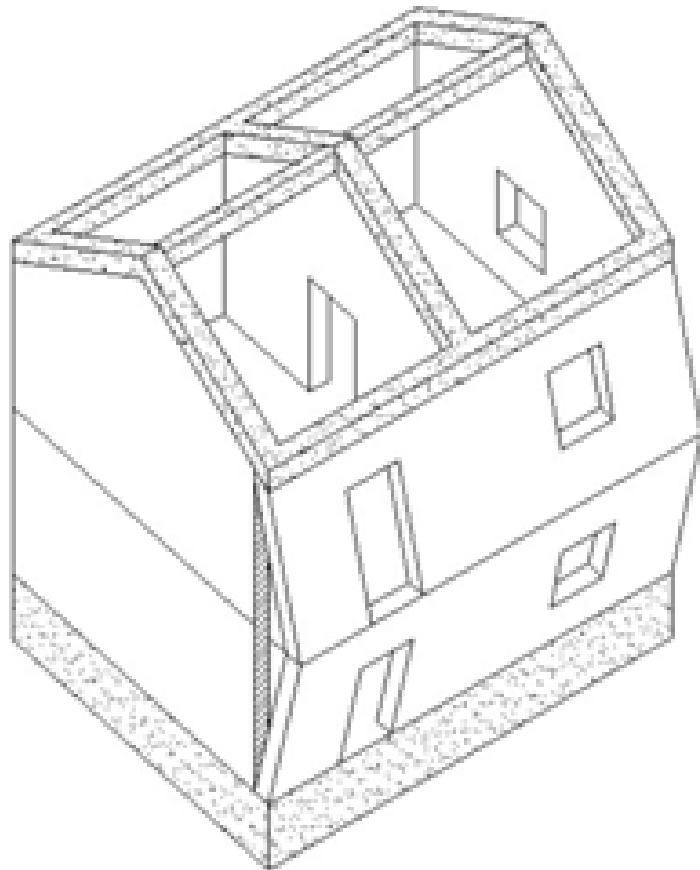
Ribaltamento semplice – Pareti con più paramenti



$$a_0 = \frac{t}{2 \times h} = 0.083$$



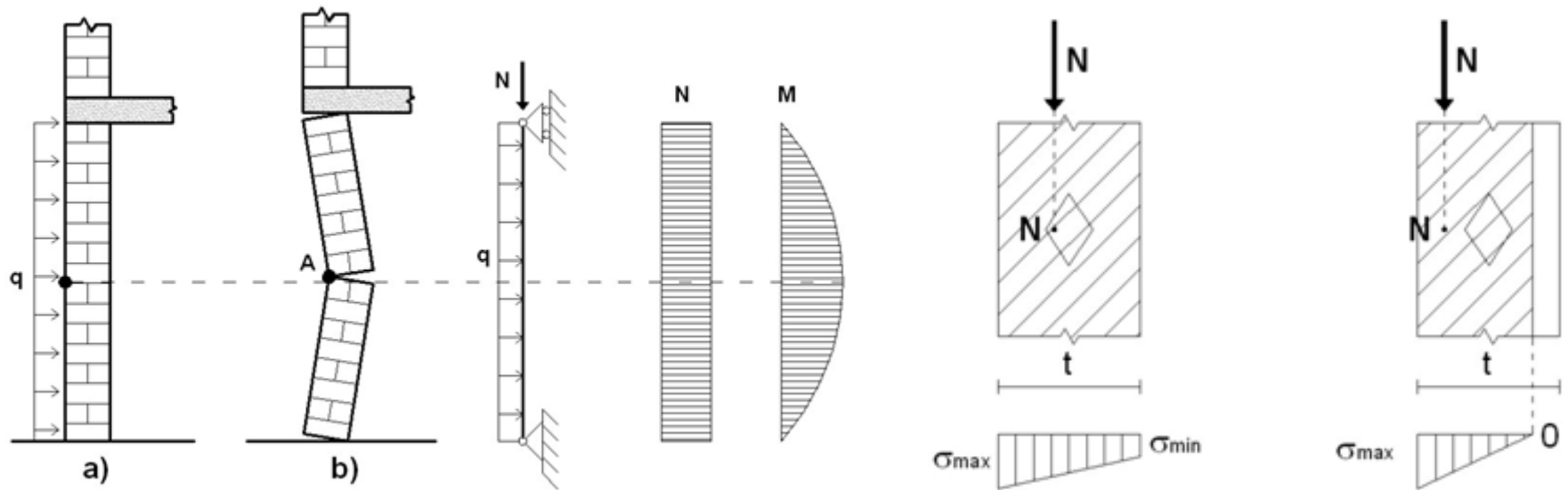
Meccanismo di flessione verticale





Flessione verticale: esempio

Meccanismo di flessione verticale



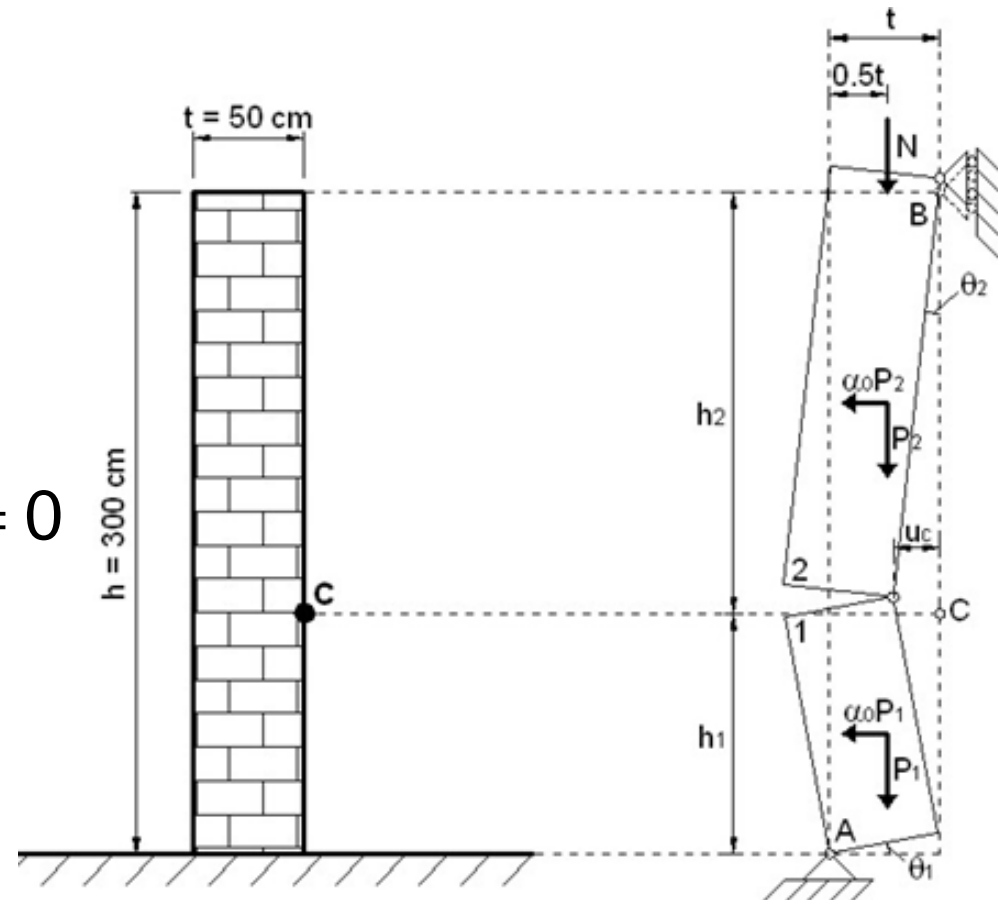
Meccanismo di flessione verticale

Esempio

$N = 30000 \text{ daN}$

$$a_0 (P_1 \times d_{x1} + P_2 \times d_{x2}) +$$

$$- P_1 \times d_{y1} - P_2 \times d_{y2} - N \times d_{yN} = 0$$



Meccanismo di flessione verticale

Esempio

$$d_{x2} = h_1 \times q_1 - \frac{h_2}{2} \times q_2 = \frac{h_1}{2} \times q_1$$

$$d_{x2} = h_1 \times q_1 - \frac{h_2}{2} \times q_2 = \frac{h_1}{2} \times q_1$$

$$d_{xN} = 0$$

$$d_{yN} = t \times q_1 + \frac{t}{2} \times q_2 = t \times \frac{h_1}{2 \times h_2} \times q_1$$

$$a_0 = \frac{2 \times t}{h_1} + \frac{2 \times N}{g \times h_1 \times h_2} + \frac{N}{g \times (h - h_1) \times h_2} \quad (\text{Moltiplicatore in funzione di } h_1)$$

Meccanismo di flessione verticale

Esempio

$$a'_0 = -\frac{2 \times t}{h_1^2} - \frac{2 \times N}{g \times h_1^2 \times h \times t} + \frac{N}{g \times (h - h_1)^2 \times h \times t} = 0$$

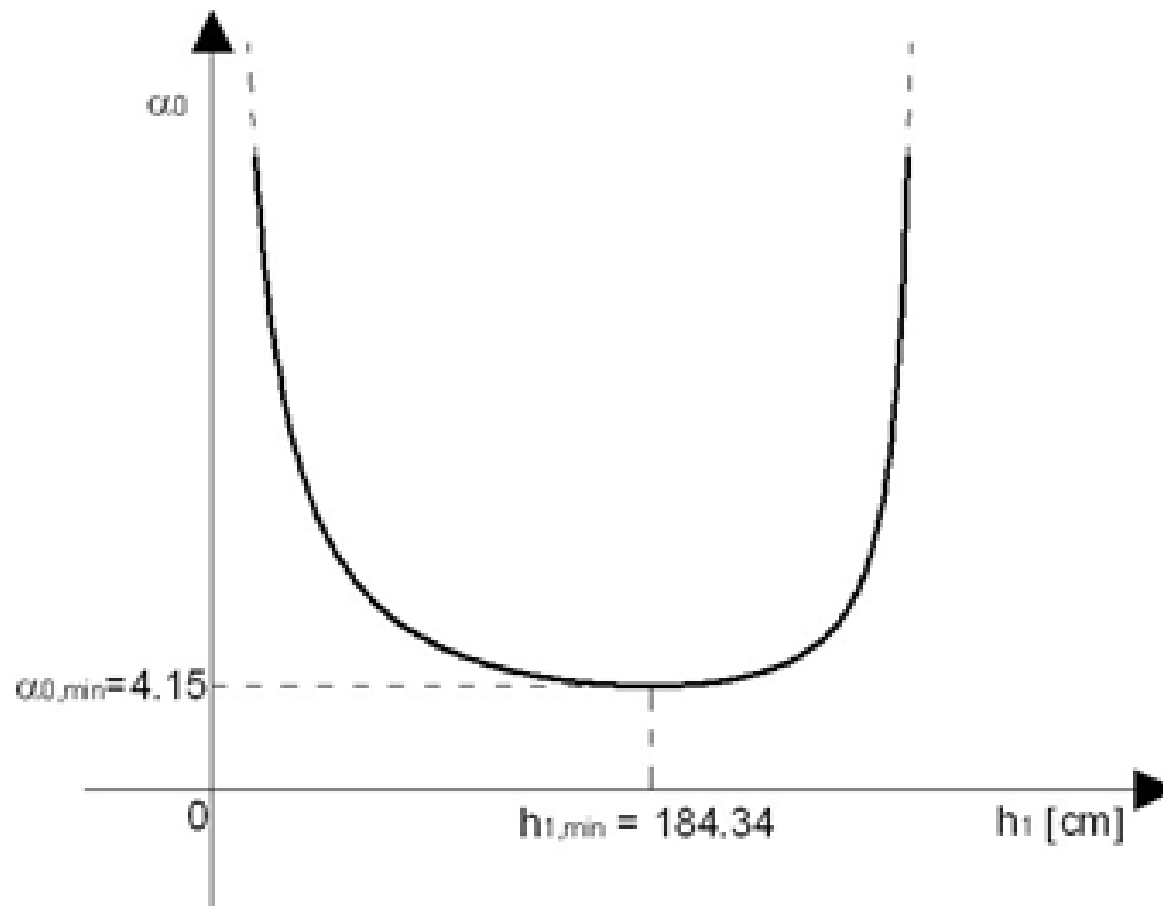
$$(N + 2 \times g \times t \times h \times t) \times h_1^2 - 4 \times h \times (N + g \times t \times h \times t) \times h_1 + 2 \times h^2 \times (N + g \times t \times h \times t) = 0$$

$$h_{1,\min} = \frac{h \times [2 \times (N + g \times t \times h \times t) - \sqrt{2 \times N \times (N + g \times t \times h \times t)}]}{(N + 2 \times g \times t \times h \times t)} = 184.34 \text{ cm}$$

$$a_{0,\min} = 4.15 \text{ cm}$$

Meccanismo di flessione verticale

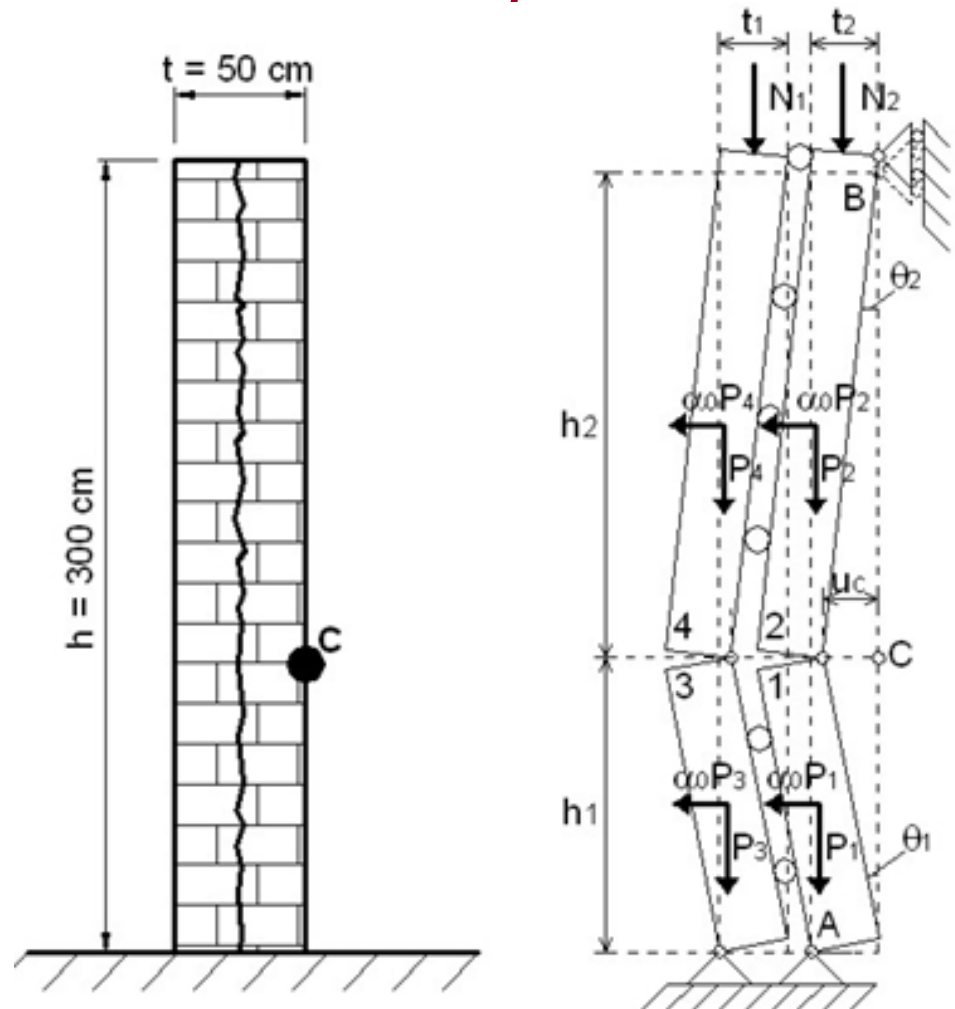
Esempio





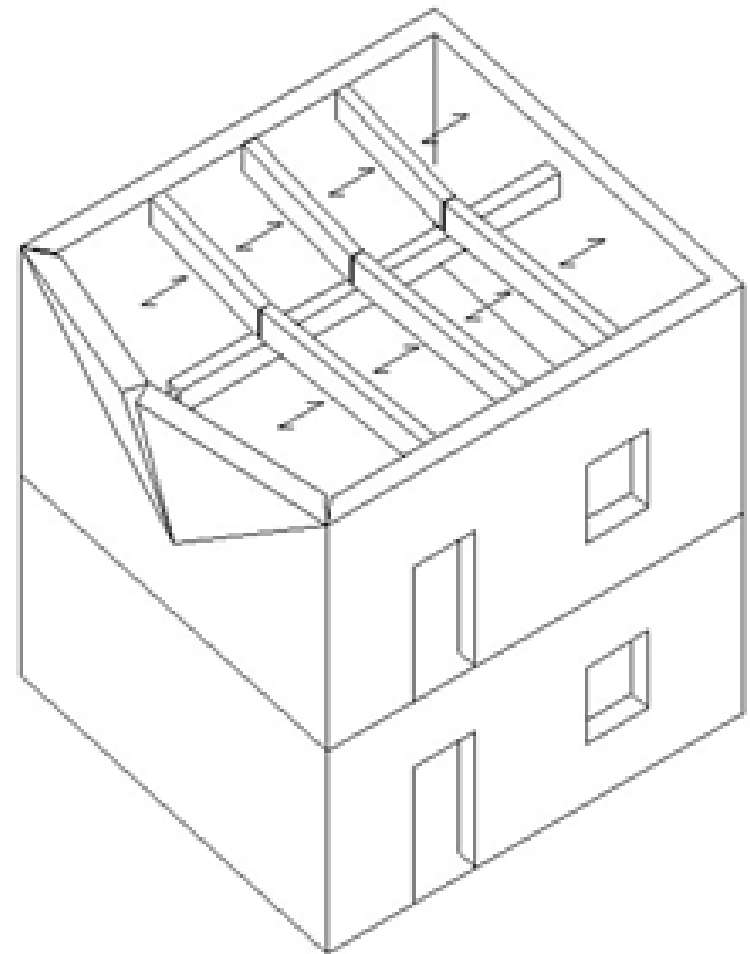
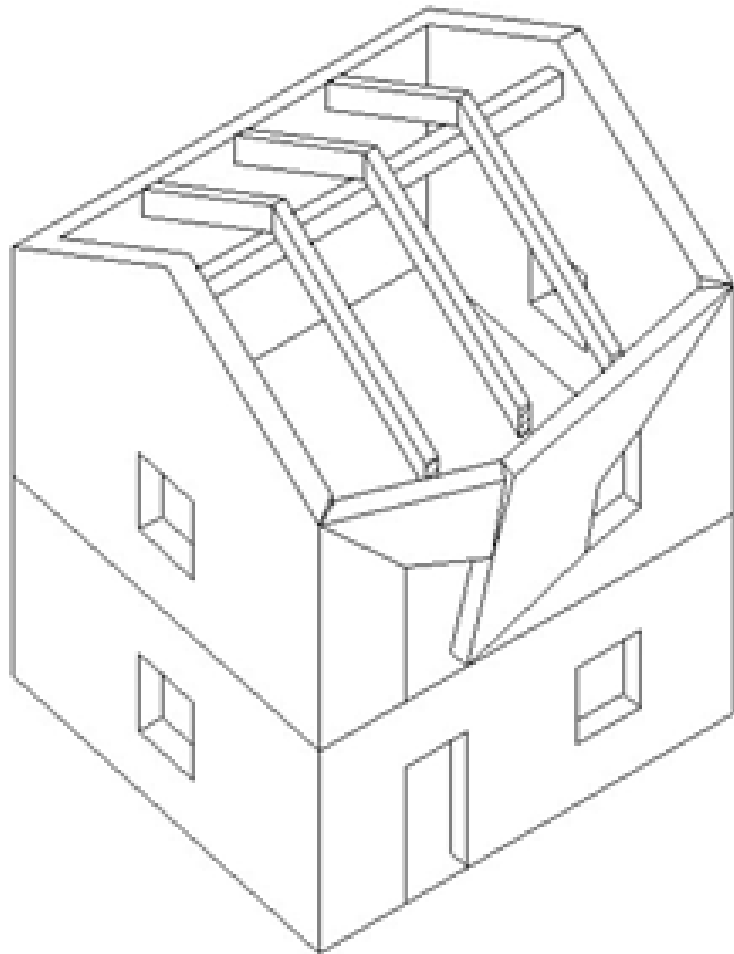
Meccanismo di flessione verticale – Parete con più paramenti

$$a_{0, \min} = 2.08$$



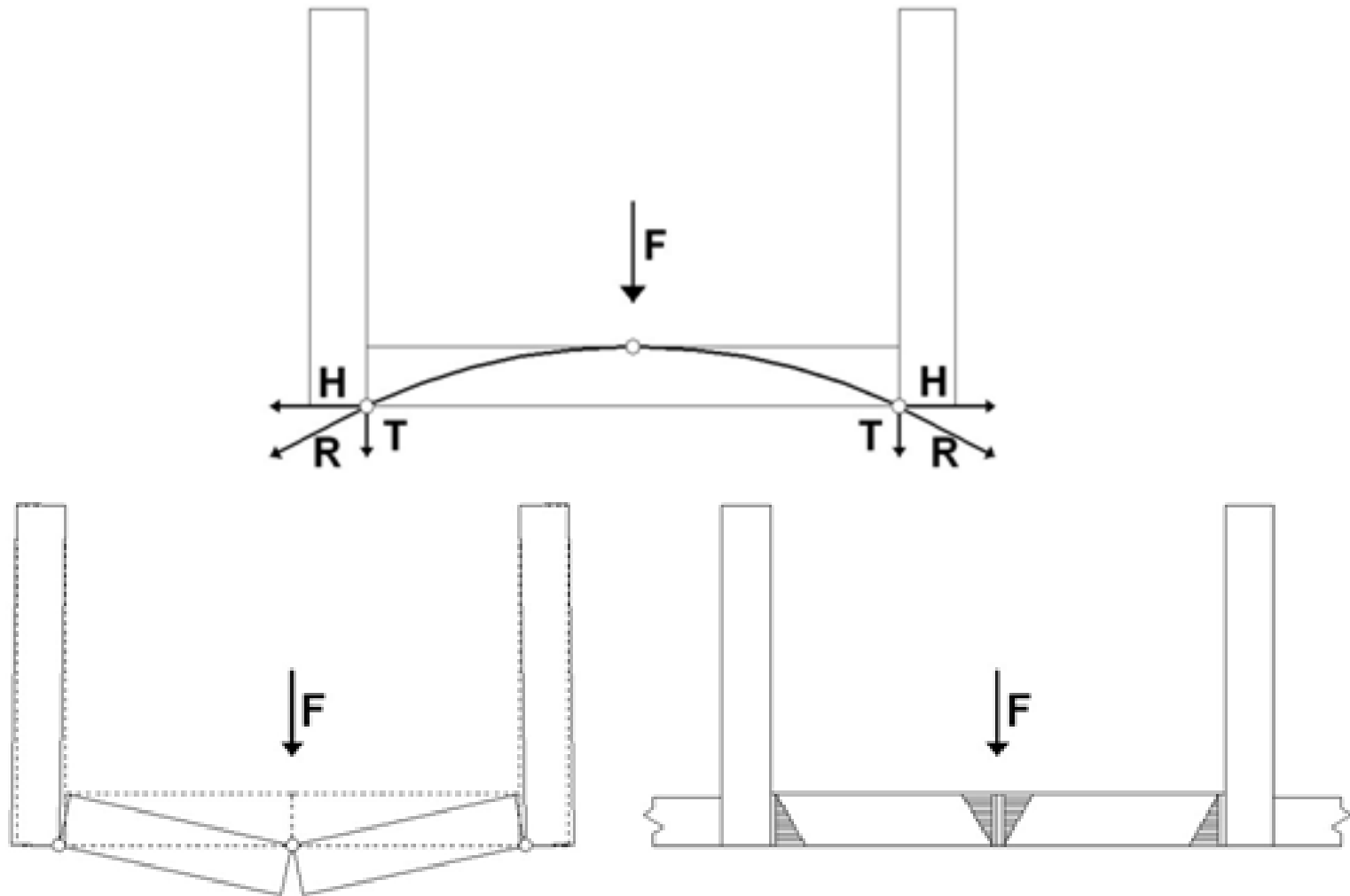


Meccanismo di flessione orizzontale



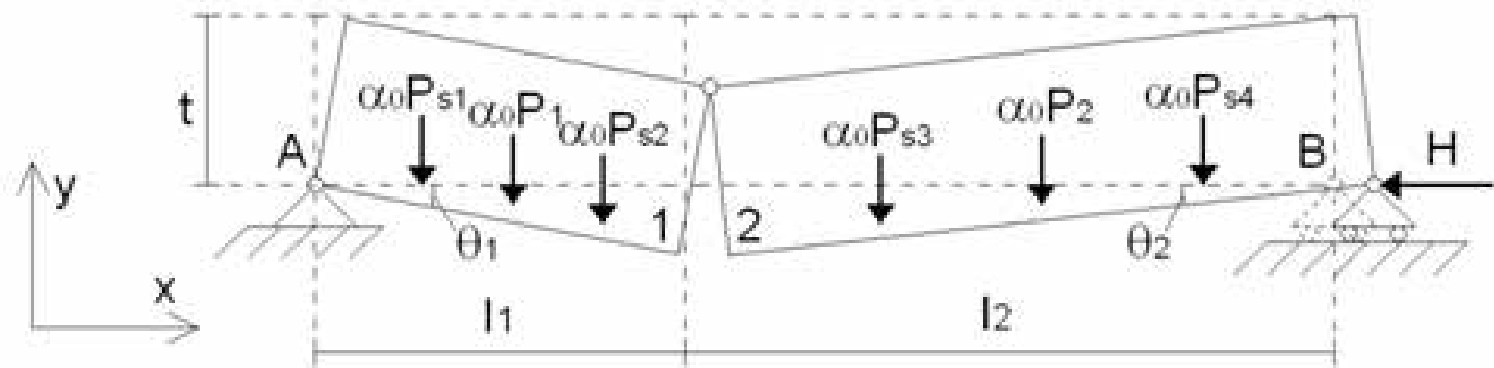


Meccanismo di flessione orizzontale





Meccanismo di flessione orizzontale – Parete non confinata



$$a_0 \sum_{i=1}^n P_{Si} \times d_{ySi} + P_2 \times d_{y2} - H \times d_{xH} = 0$$

La soluzione del problema richiede la conoscenza dell'entità della forza H
 H si valuta considerando l'equilibrio limite delle pareti ortogonali

Meccanismo di flessione orizzontale – Parete non confinata

Momento stabilizzante:

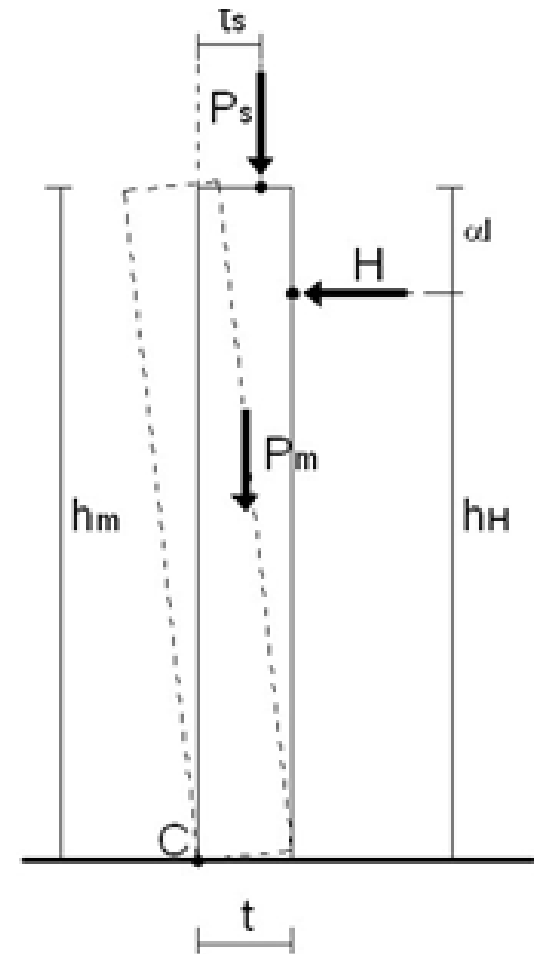
$$M_{Sta} = P_s \times t_s + P_m \times \frac{t}{2}$$

Momento instabilizzante:

$$M_{Ins} = H \times h_H$$

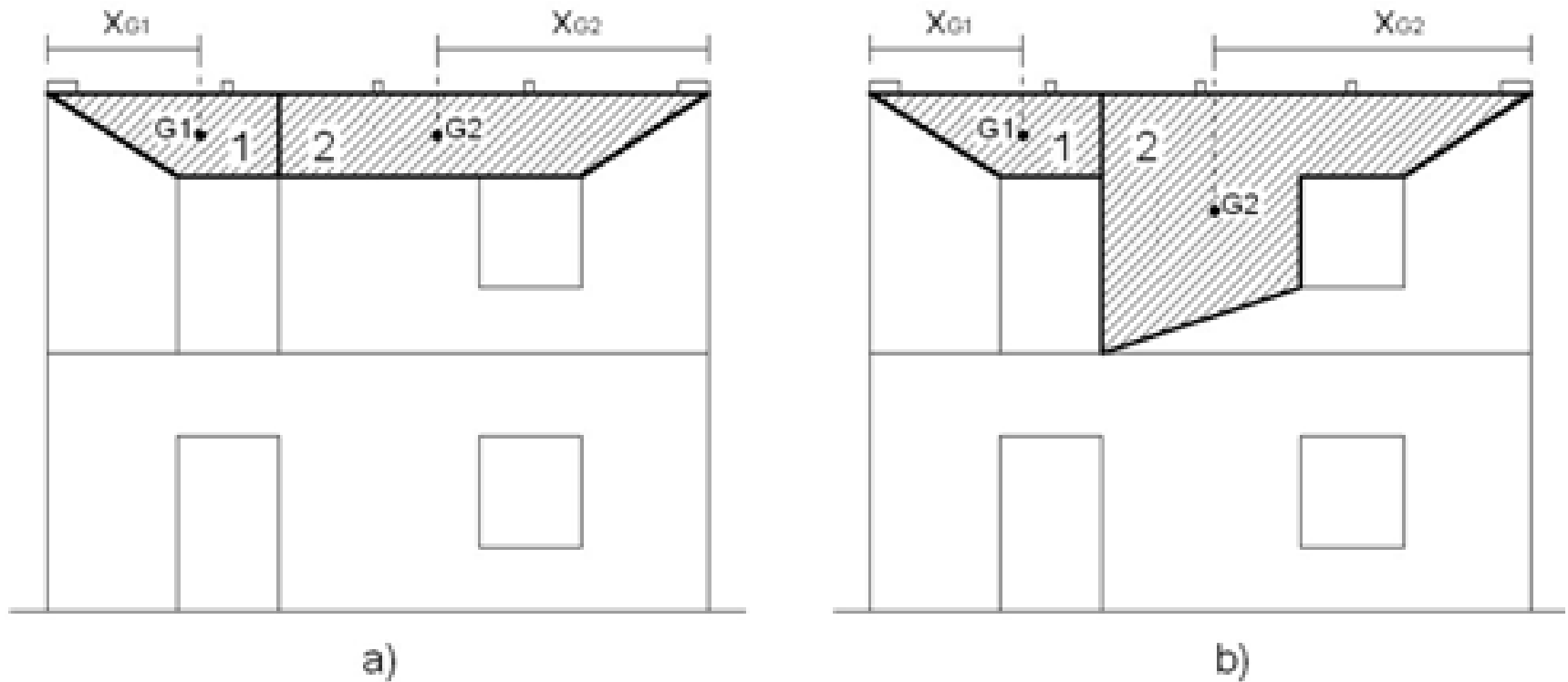
Dall'uguaglianza delle precedenti si ottiene:

$$H = \frac{1}{h_H} \left(P_s \times t_s + P_m \times \frac{t}{2} \right)$$





Meccanismo di flessione orizzontale – Parete non confinata



Bisogna individuare la forma dei macroelementi più probabili e scegliere quello con moltiplicatore minore

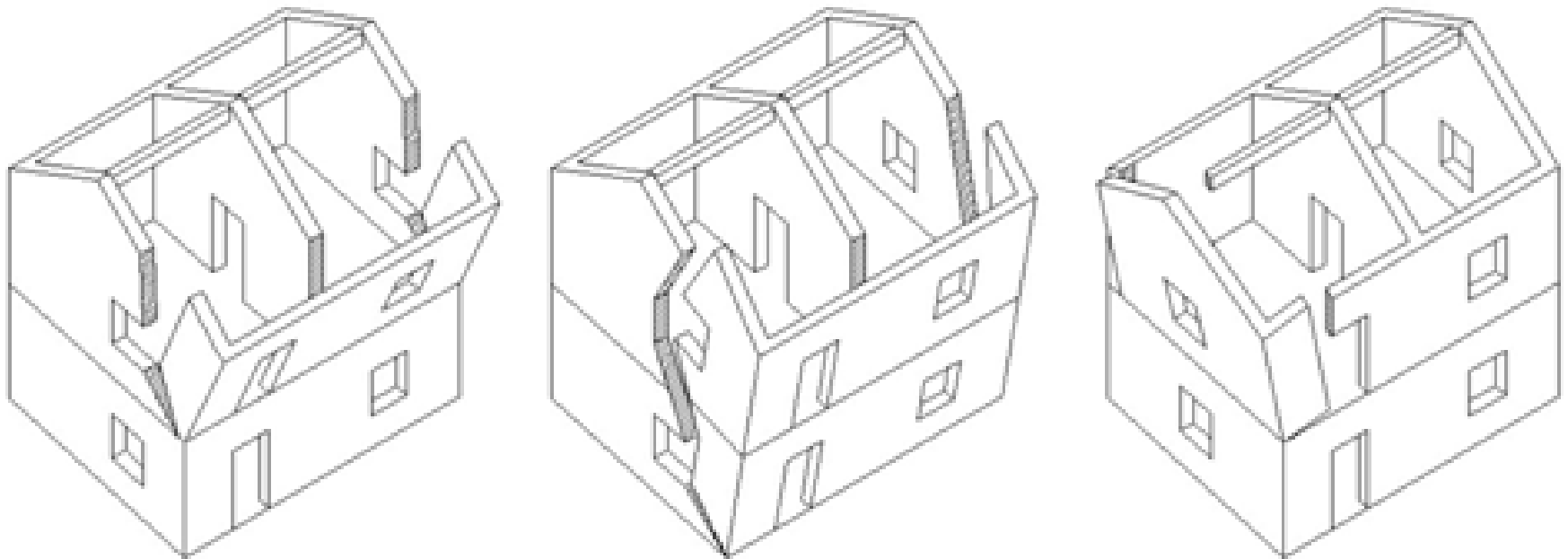


Meccanismo di ribaltamento composto

Il meccanismo di ribaltamento composta si manifesta quando pareti di muratura investite dal sisma ruotano intorno ad una cerniera cilindrica orizzontale e trascinano anche porzioni di pareti ad esse ortogonali. Generalmente questo tipo di meccanismo si manifesta quando:

- Ammorsamento tra pareti ortogonali ben eseguito;
- Assenza di elementi in testa al muro che ne impediscono la rotazione (presenza di cordoli, tiranti, ecc.).
- Il meccanismo è favorito anche dalla scadente fattura dei muri ortogonali di controvento che tendono a lesionarsi facilmente.

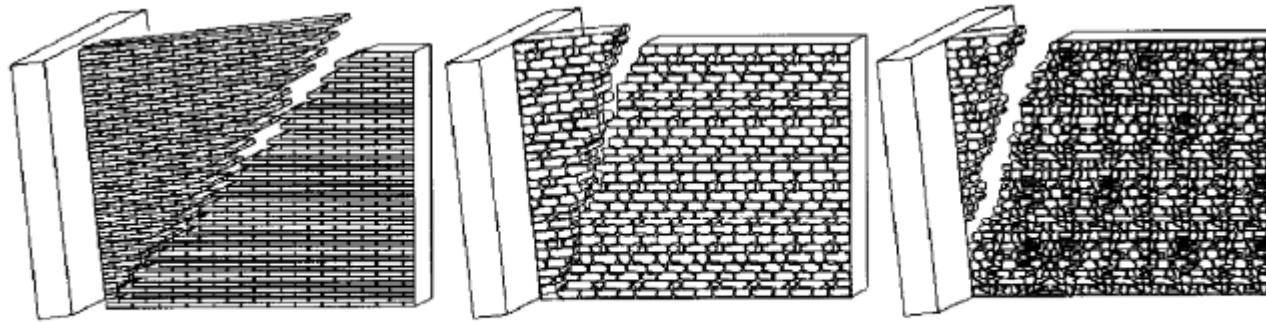
Meccanismo di ribaltamento composto



Una delle difficoltà più importanti per questo tipo di meccanismo è quella di determinare la porzione di muratura (cuneo di distacco) delle pareti ortogonali che partecipano al cinematismo. Generalmente si procede per tentativi oppure valutando l'ammorsamento con valutazioni o geometriche o alla Mohr-Coulomb

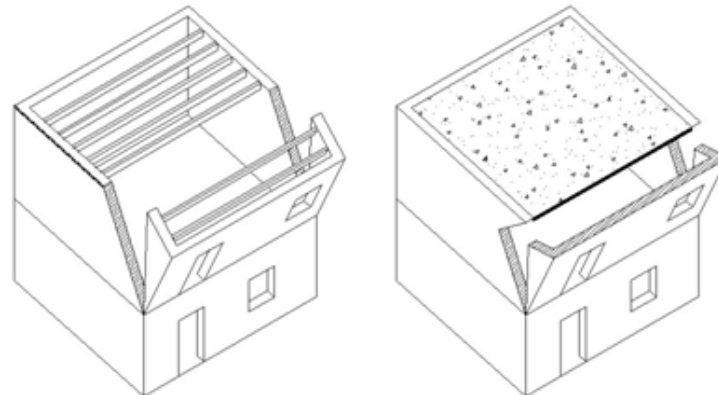


Meccanismo di ribaltamento composto



A - muro di buona qualità con un angolo caratteristico tra 30 e 45 gradi
B - muro di media qualità con un angolo caratteristico tra 15 e 30 gradi
C - muro di scarsa qualità con un angolo caratteristico tra 0 e 15 gradi

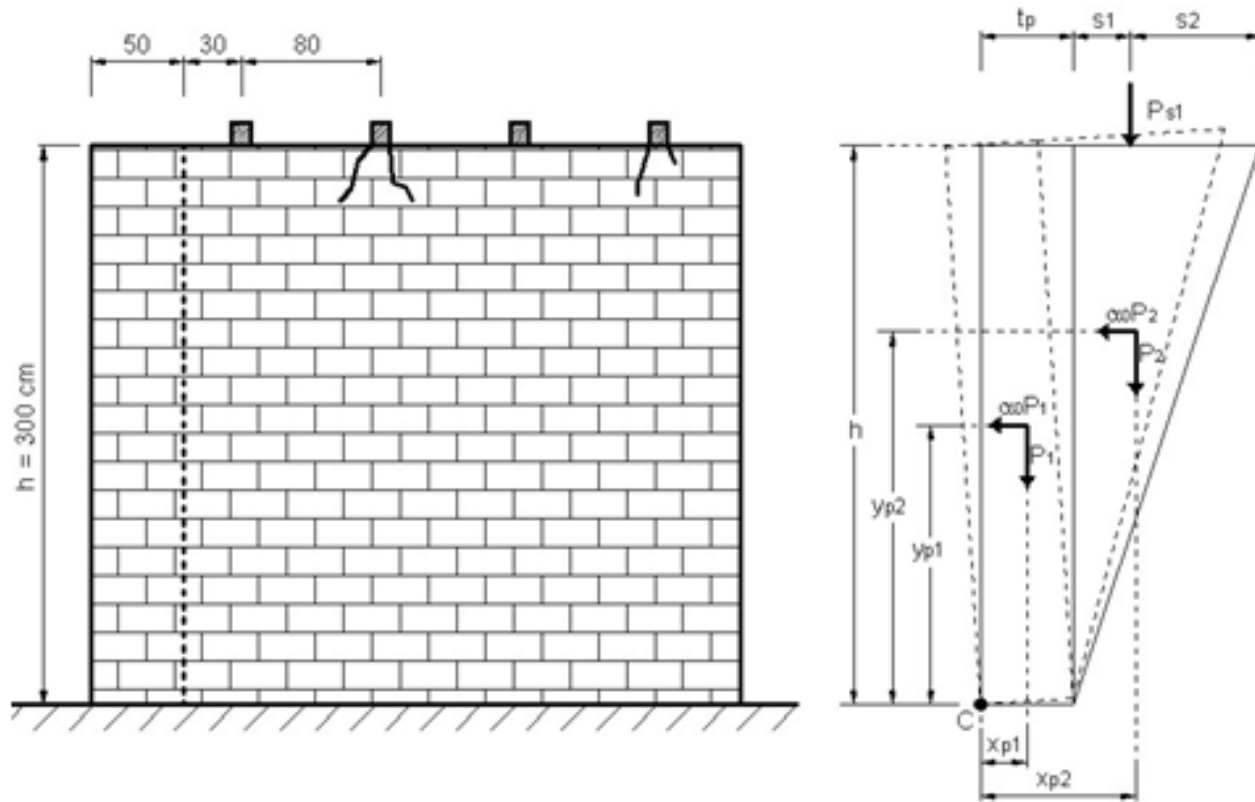
Anche la tipologia dei solai può incidere sulla scelta del cuneo di distacco.



Nei casi in cui il cuneo di distacco tende a zero, il meccanismo degenera in quello a ribaltamento semplice.



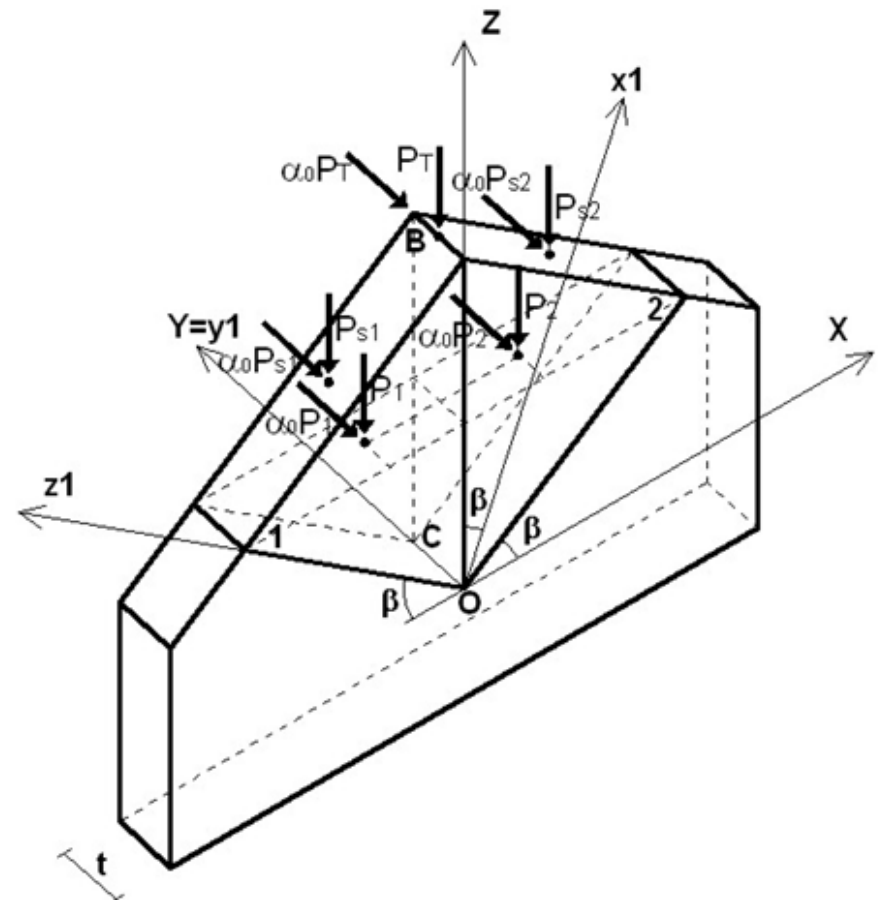
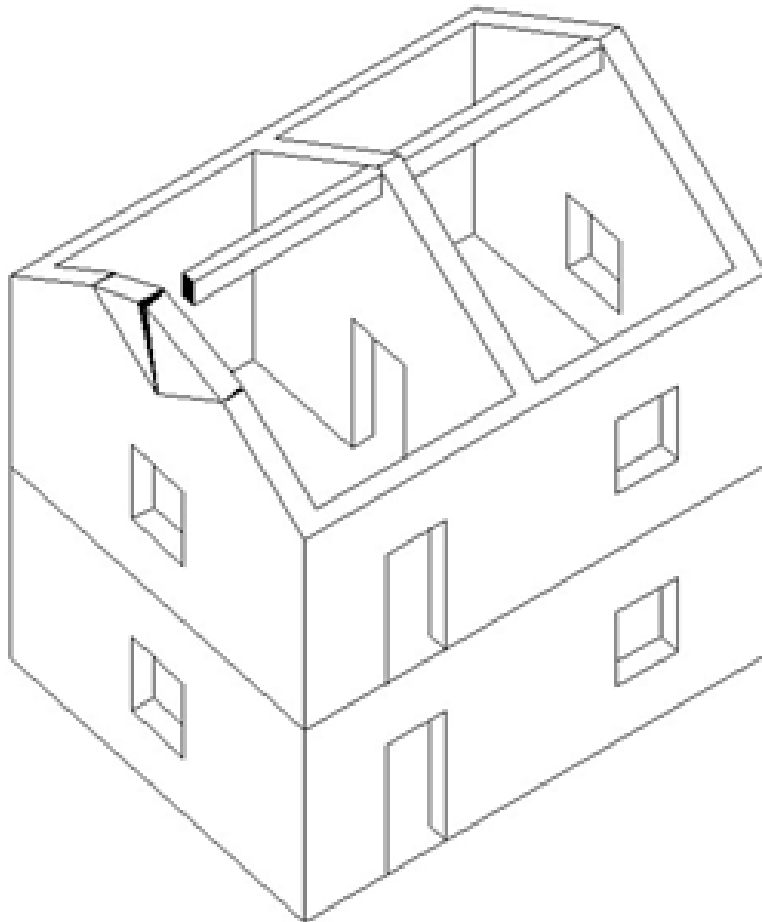
Meccanismo di ribaltamento composto



$$a_0 (P_1 \times d_{x1} + P_2 \times d_{x2} + P_{s1} \times d_{xs1}) - P_1 \times d_{y1} - P_2 \times d_{y2} - P_{s1} \times d_{ys1} = 0$$



Meccanismo di ribaltamento del timpano





Meccanismo di ribaltamento del timpano

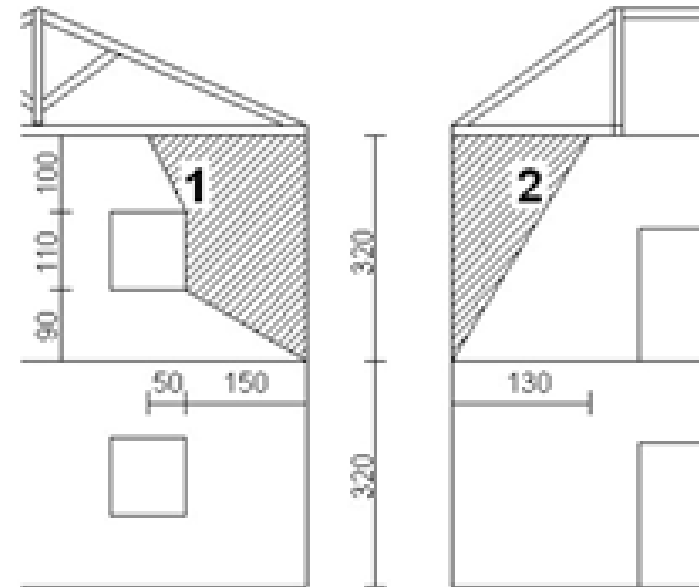
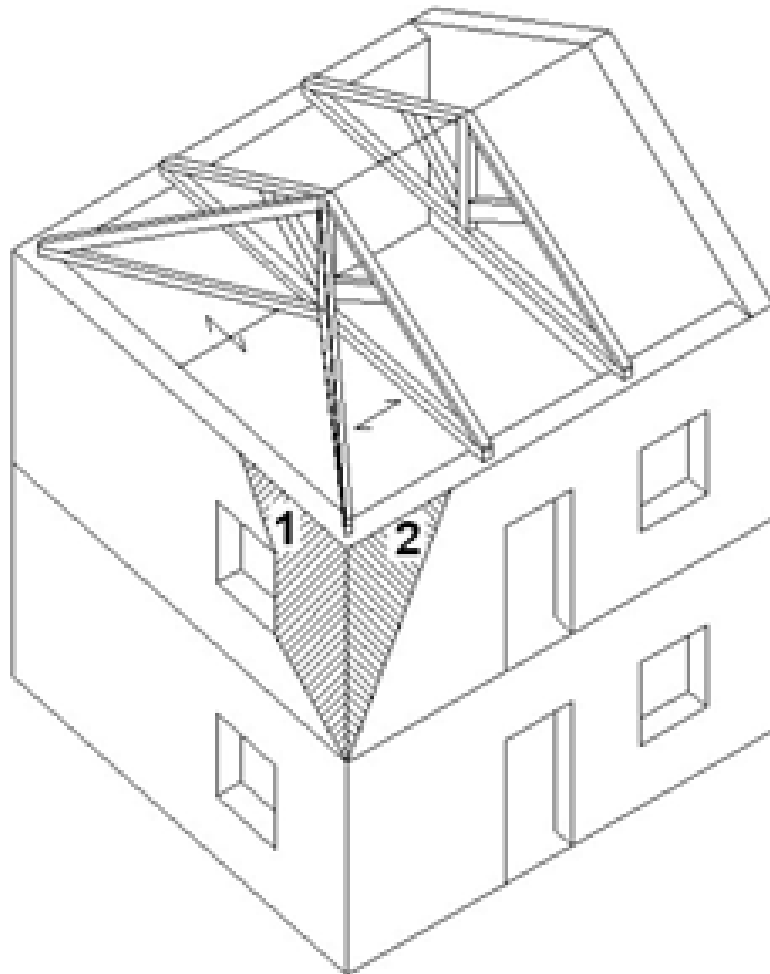
$$\alpha_0 \sum_{i=1}^2 \dot{a} P_i \times d_{YP_i} + P_T \times d_{YP_T} + \sum_{i=1}^2 \dot{a} P_{si} \times d_{YP_{si}} \ddot{\theta} = 0$$

$$- \sum_{i=1}^2 \dot{a} P_i \times d_{ZP_i} - P_T \times d_{ZP_T} - \sum_{i=1}^2 \dot{a} P_{si} \times d_{ZP_{si}} = 0$$

$$a_0 = \frac{(P_1 + P_2 + P_T + P_{s1} + P_{s2}) \frac{\dot{\theta}}{g} \cos(\beta) + t \times \text{tg}(\beta) \times \text{sen}(\beta) \frac{\dot{\theta}}{g}}{(P_1 \times x_{G_1} + P_2 \times x_{G_2} + P_T \times x_B + P_{s1} \times x_{s1} + P_{s2} \times x_{s2})}$$

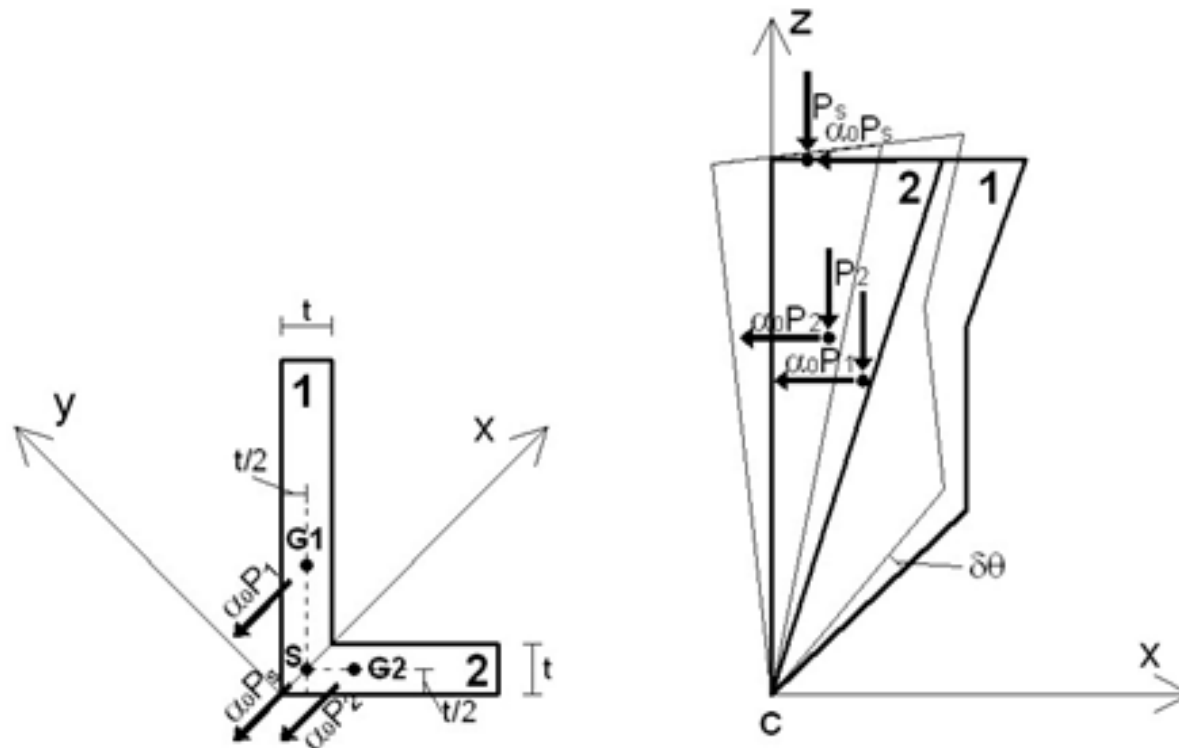


Meccanismo di ribaltamento del cantonale





Meccanismo di ribaltamento del cantonale



$$a_0 = \frac{P_1 \times x_1 + P_2 \times x_2 + P_s \times x_s}{P_1 \times z_1 + P_2 \times z_2 + P_s \times h} = 0.184$$



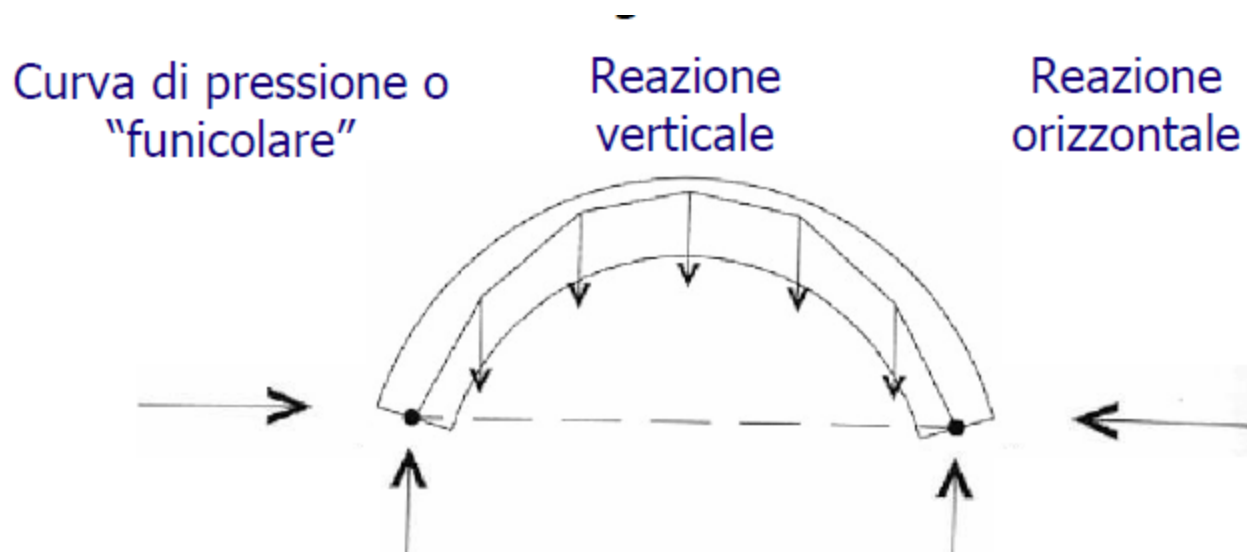
Problema complesso

- 1) Formazione di cinematismo per arco a 4 cerniere*
- 2) Ruolo del rinfianco*
- 3) Piedritti*
- 4) Archi snelli e archi tozzi*

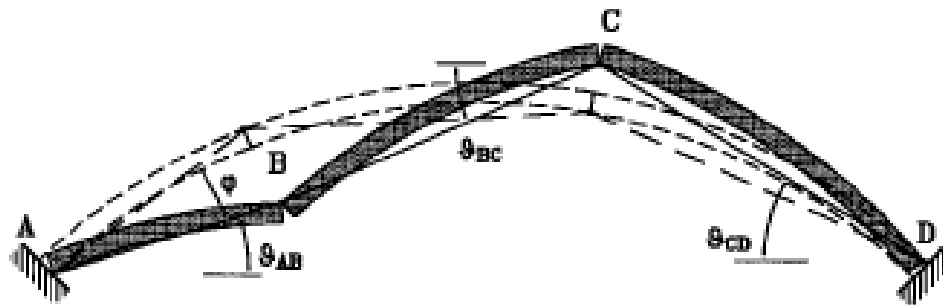
La sollecitazione di compressione rappresenta praticamente l'unica sollecitazione cui la pietra e la muratura sono in grado di resistere.



La sollecitazione di compressione rappresenta praticamente l'unica sollecitazione cui la pietra e la muratura sono in grado di resistere



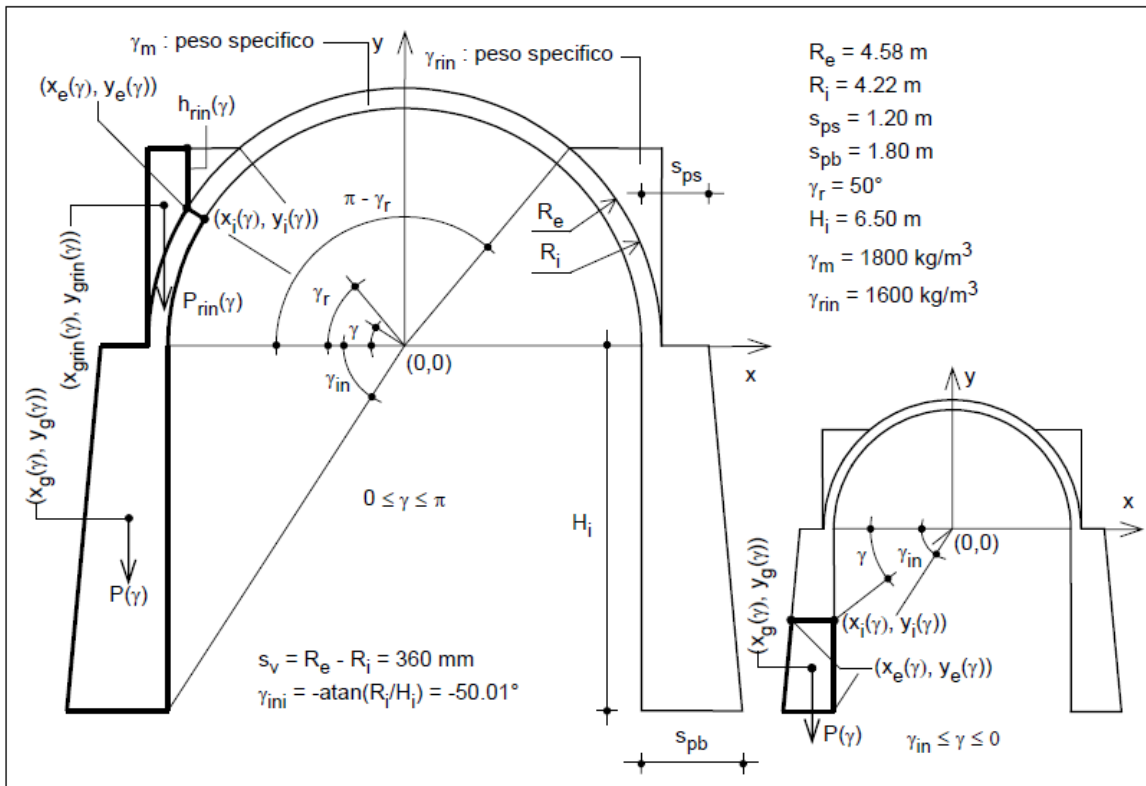
- 1) Analisi cinematica lineare analoga a quella delle pareti
- 2) Identificazione del meccanismo di collasso non semplice (arco a 4 cerniere)
- 3) Effetto del rinfiacco problematico (il rinfiacco ha effetto stabilizzante sotto carichi verticali ma contribuisce alla massa sismica)
- 4) Ribaltamento dei piedritti possibile
- 5) Possibile formazione di cerniere a taglio, specie per archi tozzi





Arco circolare con piedritti

Posizioni baricentri volte e piedritti



$$x_{gp} = -R_i - \frac{\gamma_m}{P_p} \cdot H_i \cdot \left(\frac{s_{ps}^2}{2} + \frac{s_{pb} - s_{ps}}{2} \cdot \frac{s_{pb} + 2s_{ps}}{3} \right) = -4.98 \text{ m}$$

$$y_{gp} = -H_i + \frac{\gamma_m}{P_p} \cdot H_i^2 \cdot \frac{s_{pb} + 2s_{ps}}{6} = -3.47 \text{ m}$$

$$y_{gv} = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2} = 2.80 \text{ m}$$

Pesi piedritti e volte

$$P_p = \gamma_m \cdot \frac{s_{ps} + s_{pb}}{2} \cdot H_i = 172.11 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P_v = \gamma_m \cdot \frac{R_e^2 - R_i^2}{2} \cdot \pi = 87.84 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$



Arco circolare con piedritti

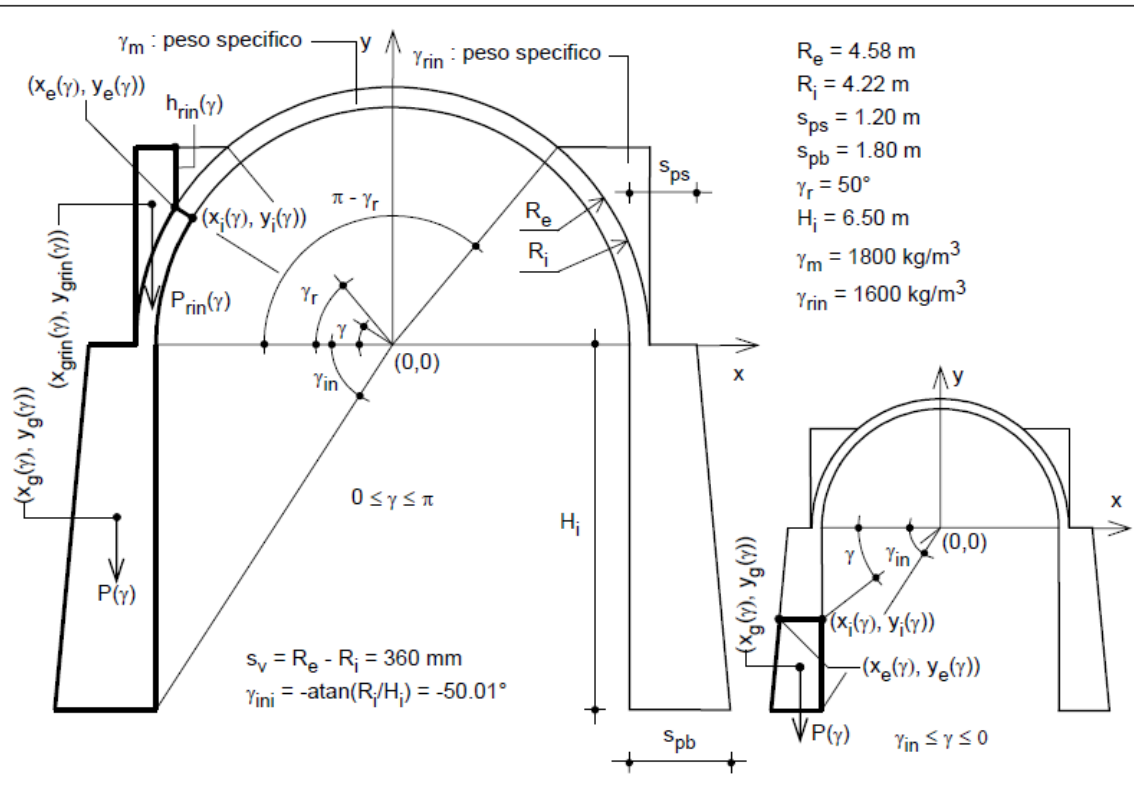
Posizioni baricentri volte e piedritti

$$x_{gp} = -R_i - \frac{\gamma_m}{P_p} \cdot H_i \cdot \left(\frac{s_{ps}^2}{2} + \frac{s_{pb} - s_{ps}}{2} \cdot \frac{s_{pb} + 2s_{ps}}{3} \right) = -4.98 \text{ m}$$

$$y_{gp} = -H_i + \frac{\gamma_m}{P_p} \cdot H_i^2 \cdot \frac{s_{pb} + 2s_{ps}}{6} = -3.47 \text{ m}$$

$$y_{gv} = \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2} = 2.80 \text{ m}$$

- $R_e = 4.58 \text{ m}$
- $R_i = 4.22 \text{ m}$
- $s_{ps} = 1.20 \text{ m}$
- $s_{pb} = 1.80 \text{ m}$
- $\gamma_r = 50^\circ$
- $H_i = 6.50 \text{ m}$
- $\gamma_m = 1800 \text{ kg/m}^3$
- $\gamma_{rin} = 1600 \text{ kg/m}^3$



Pesi piedritti e volte

$$P_p = \gamma_m \cdot \frac{s_{ps} + s_{pb}}{2} \cdot H_i = 172.11 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

$$P_v = \gamma_m \cdot \frac{R_e^2 - R_i^2}{2} \cdot \pi = 87.84 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$$

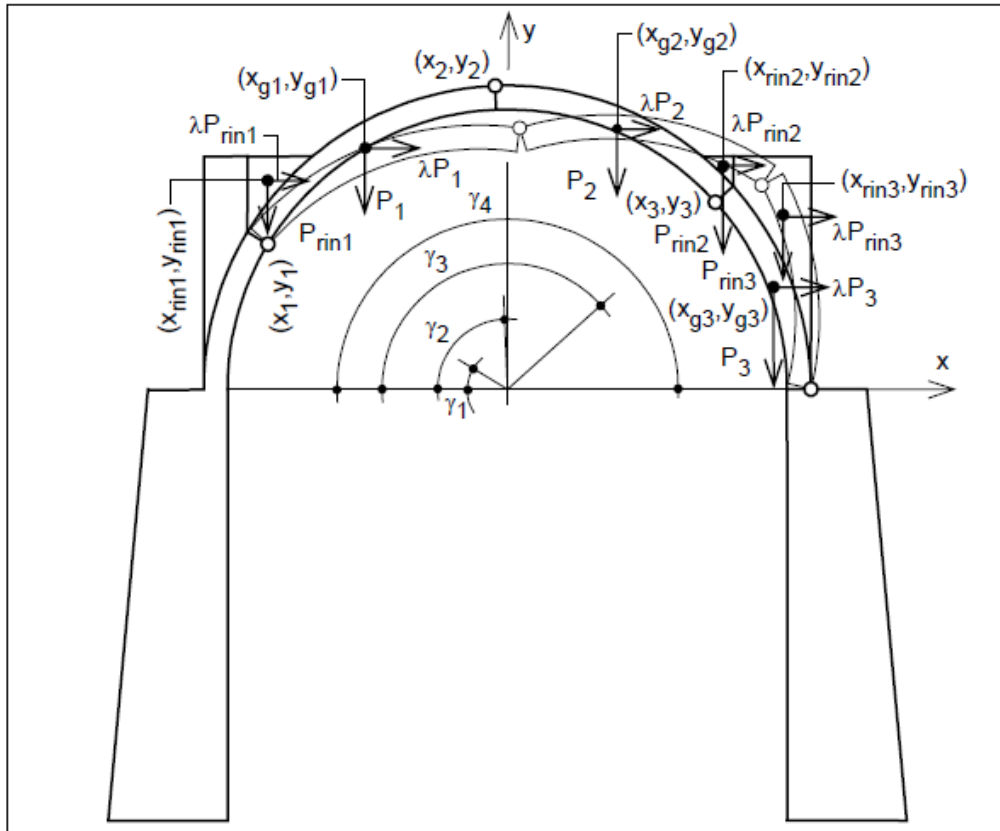
Ipotesi posizione 4 cerniere

$$\gamma_1 = 31.21^\circ$$

$$\gamma_2 = 87.69^\circ$$

$$\gamma_3 = 138.04^\circ$$

$$\gamma_4 = 180^\circ$$



Coordinate cerniere

$$x_1 = x_i(\gamma_1) = -3.61 \text{ m}$$

$$x_2 = x_e(\gamma_2) = -0.18 \text{ m}$$

$$x_3 = x_i(\gamma_3) = 3.14 \text{ m}$$

$$x_4 = x_e(\gamma_4) = 4.58 \text{ m}$$

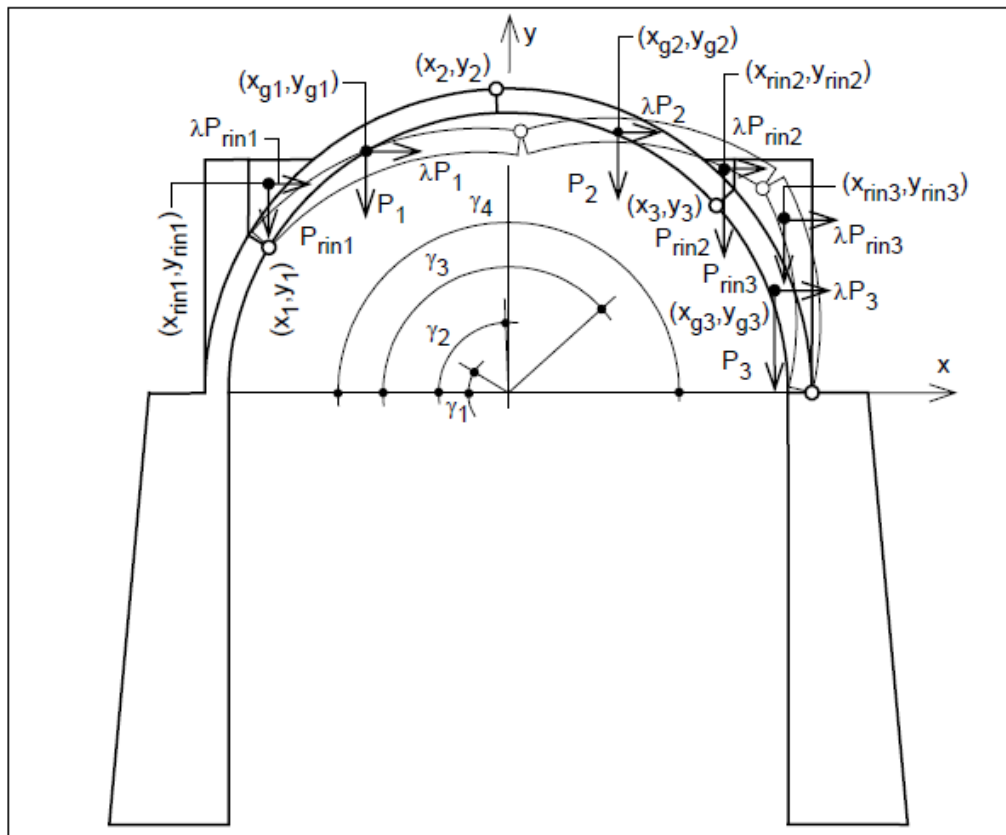
$$y_1 = y_i(\gamma_1) = 2.19 \text{ m}$$

$$y_2 = y_e(\gamma_2) = 4.58 \text{ m}$$

$$y_3 = y_i(\gamma_3) = 2.82 \text{ m}$$

$$y_4 = y_e(\gamma_4) = 0.00 \text{ m}$$

Pesi e posizioni baricentri conci



$$P_1 = P(\gamma_2) - P(\gamma_1) = 27.56 \text{ kN/m}$$

$$P_2 = P(\gamma_3) - P(\gamma_2) = 24.57 \text{ kN/m}$$

$$P_3 = P(\gamma_4) - P(\gamma_3) = 20.48 \text{ kN/m}$$

$$x_{g1} = \frac{x_g(\gamma_2) \cdot P(\gamma_2) - x_g(\gamma_1) \cdot P(\gamma_1)}{P_1} = -2.15 \text{ m}$$

$$y_{g1} = \frac{y_g(\gamma_2) \cdot P(\gamma_2) - y_g(\gamma_1) \cdot P(\gamma_1)}{P_1} = 3.64 \text{ m}$$

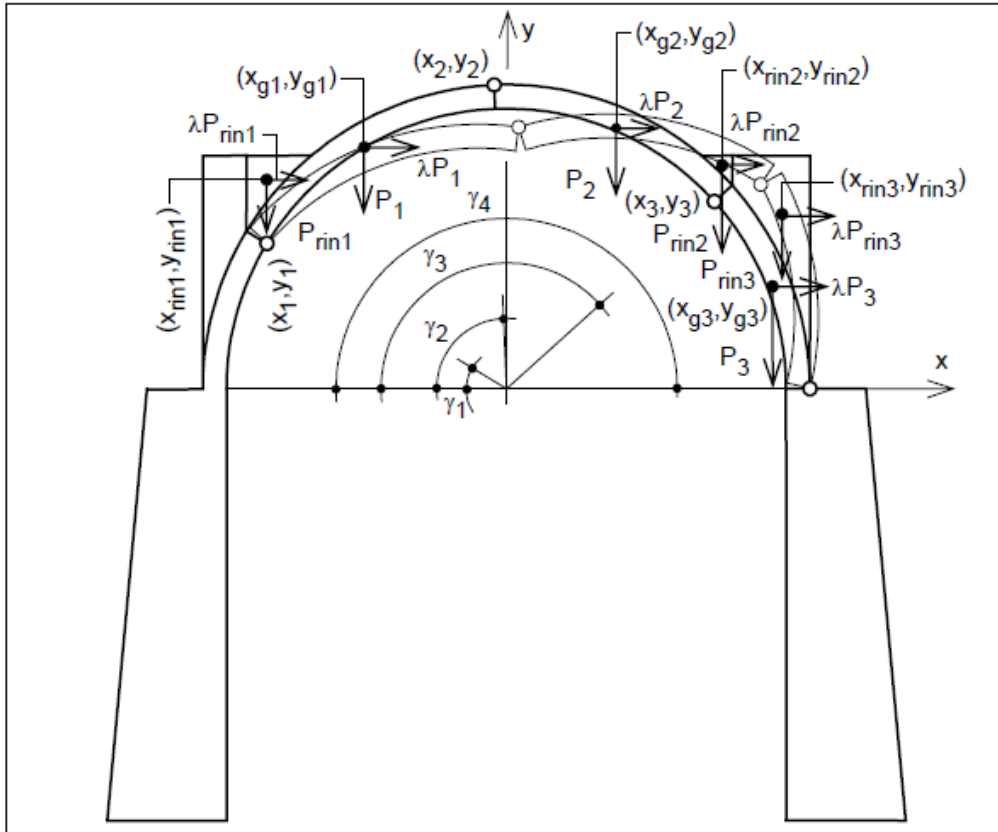
$$x_{g2} = \frac{x_g(\gamma_3) \cdot P(\gamma_3) - x_g(\gamma_2) \cdot P(\gamma_2)}{P_2} = 1.66 \text{ m}$$

$$y_{g2} = \frac{y_g(\gamma_3) \cdot P(\gamma_3) - y_g(\gamma_2) \cdot P(\gamma_2)}{P_2} = 3.93 \text{ m}$$

$$x_{g3} = \frac{x_g(\gamma_4) \cdot P(\gamma_4) - x_g(\gamma_3) \cdot P(\gamma_3)}{P_3} = 4.02 \text{ m}$$

$$y_{g3} = \frac{y_g(\gamma_4) \cdot P(\gamma_4) - y_g(\gamma_3) \cdot P(\gamma_3)}{P_3} = 1.54 \text{ m}$$

Pesi e posizioni rinfianchi



$$P_{rin1} = P_{rin}(\gamma_2) - P_{rin}(\gamma_1) = 7.70 \text{ kN/m}$$

$$P_{rin2} = P_{rin}(\gamma_3) - P_{rin}(\gamma_2) = 1.54 \text{ kN/m}$$

$$P_{rin3} = P_{rin}(\gamma_4) - P_{rin}(\gamma_3) = 25.94 \text{ kN/m}$$

$$x_{rin1} = \frac{x_{grin}(\gamma_2) \cdot P_{rin}(\gamma_2) - x_{grin}(\gamma_1) \cdot P_{rin}(\gamma_1)}{P_{rin1}} = -3.61 \text{ m}$$

$$y_{rin1} = \frac{y_{grin}(\gamma_2) \cdot P_{rin}(\gamma_2) - y_{grin}(\gamma_1) \cdot P_{rin}(\gamma_1)}{P_{rin1}} = 3.15 \text{ m}$$

$$x_{rin2} = \frac{x_{grin}(\gamma_3) \cdot P_{rin}(\gamma_3) - x_{grin}(\gamma_2) \cdot P_{rin}(\gamma_2)}{P_{rin2}} = 3.26 \text{ m}$$

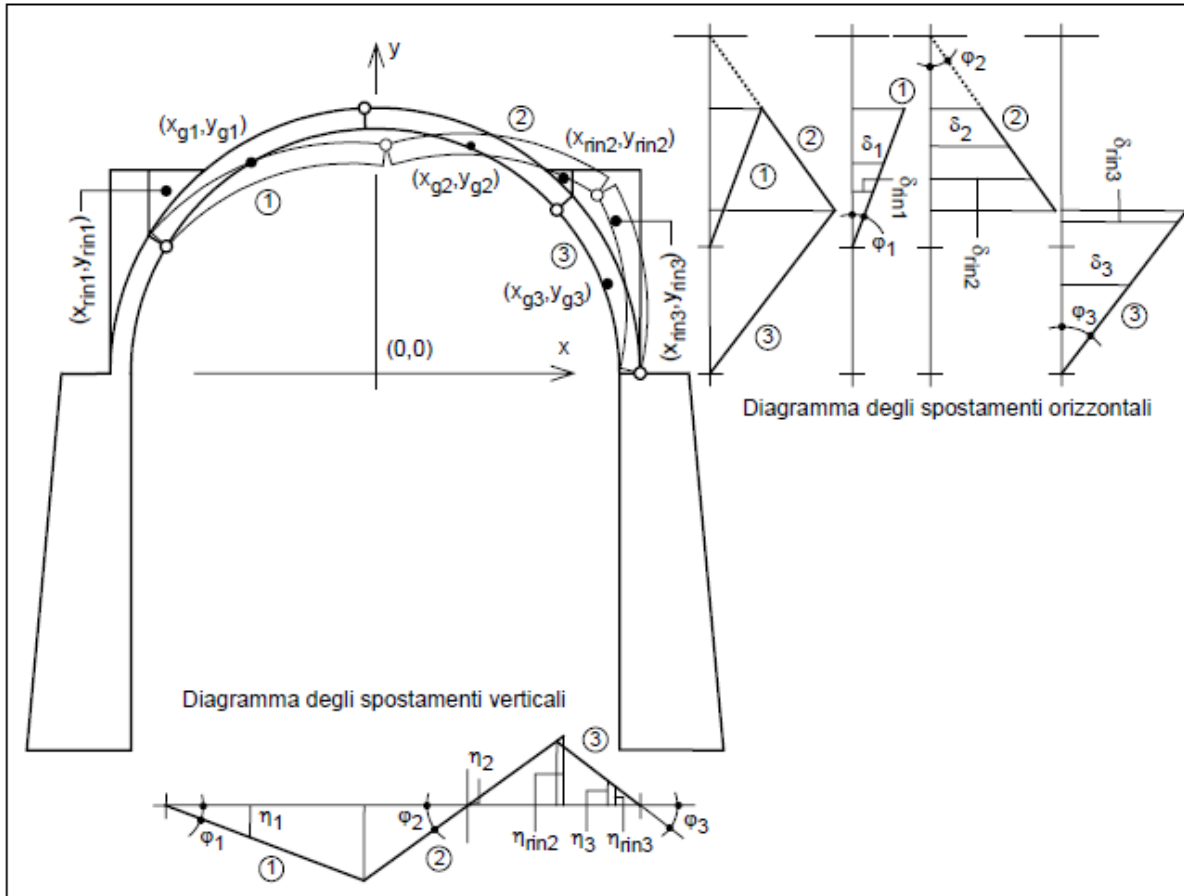
$$y_{rin2} = \frac{y_{grin}(\gamma_3) \cdot P_{rin}(\gamma_3) - y_{grin}(\gamma_2) \cdot P_{rin}(\gamma_2)}{P_{rin2}} = 3.36 \text{ m}$$

$$x_{rin3} = \frac{x_{grin}(\gamma_4) \cdot P_{rin}(\gamma_4) - x_{grin}(\gamma_3) \cdot P_{rin}(\gamma_3)}{P_{rin3}} = 4.16 \text{ m}$$

$$y_{rin3} = \frac{y_{grin}(\gamma_4) \cdot P_{rin}(\gamma_4) - y_{grin}(\gamma_3) \cdot P_{rin}(\gamma_3)}{P_{rin3}} = 2.62 \text{ m}$$

Applicazione del PLV

$$\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \eta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \eta_{rini} + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \delta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \delta_{rini} \right) \leq 0$$



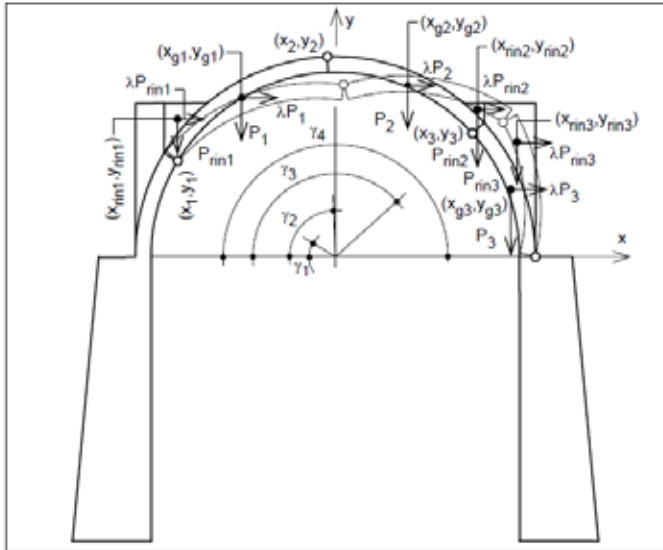
Spostamenti virtuali

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \varphi_1 \cdot (x_{g1} - x_1) = 1.46 \cdot \varphi_1 \\ \eta_2 &= \varphi_2 \cdot (x_{g2} - x_{2ass}) = -0.10 \cdot \varphi_1 \\ \eta_3 &= \varphi_3 \cdot (x_{g3} - x_4) = -1.14 \cdot \varphi_1 \\ \eta_{rin1} &= \varphi_1 \cdot (x_{rin1} - x_1) \cong 0 \\ \eta_{rin2} &= \varphi_2 \cdot (x_{rin2} - x_{2ass}) = -3.16 \cdot \varphi_1 \\ \eta_{rin3} &= \varphi_3 \cdot (x_{rin3} - x_4) = -0.86 \cdot \varphi_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \varphi_1 \cdot (y_{g1} - y_1) = 1.45 \cdot \varphi_1 \\ \delta_2 &= \varphi_2 \cdot (y_{g2} - y_{2ass}) = 3.63 \cdot \varphi_1 \\ \delta_3 &= \varphi_3 \cdot (y_{g3} - y_4) = 3.14 \cdot \varphi_1 \\ \delta_{rin1} &= \varphi_1 \cdot (y_{rin1} - y_1) = 0.96 \cdot \varphi_1 \\ \delta_{rin2} &= \varphi_2 \cdot (y_{rin2} - y_{2ass}) = 4.71 \cdot \varphi_1 \\ \delta_{rin3} &= \varphi_3 \cdot (y_{rin3} - y_4) = 5.35 \cdot \varphi_1 \end{aligned}$$

Applicazione del PLV

$$\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \eta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \eta_{rini} + \lambda \cdot \left(\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \delta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \delta_{rini} \right) \leq 0$$



Coordinate centro di rotazione assoluta secondo concio

$$x_{2ass} = \frac{y_3 - y_1 + x_1 \cdot \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - x_3 \cdot \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}}{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} - \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3}} = 1.604 \text{ m}$$

$$y_{2ass} = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \cdot (x_{2ass} - x_1) = 5.824 \text{ m}$$

Rotazione secondo e terzo concio

$$\varphi_2 = -\varphi_1 \cdot \frac{x_2 - x_1}{x_{2ass} - x_2} = -1.915 \varphi_1$$

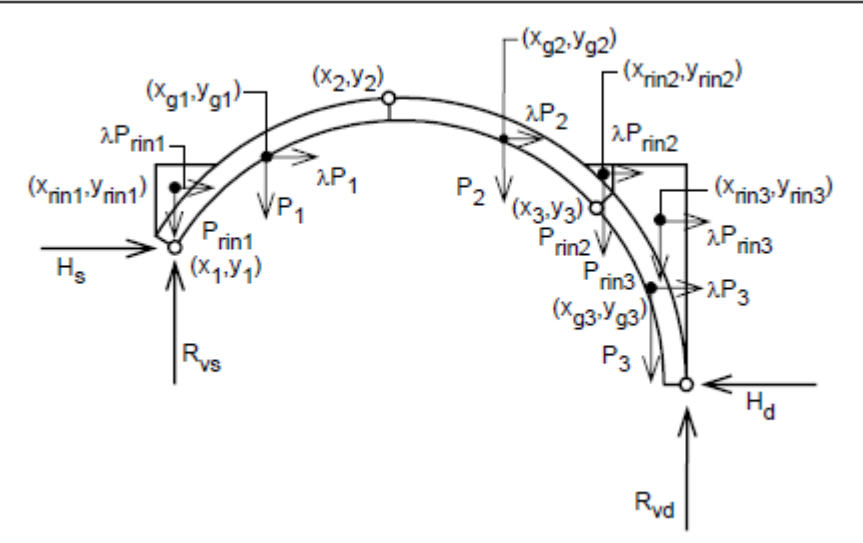
$$\varphi_3 = \varphi_1 \cdot \frac{x_2 - x_1}{x_{2ass} - x_2} \cdot \frac{x_3 - x_{2ass}}{x_4 - x_3} = 2.308 \varphi_1$$

Moltiplicatore di collasso

$$\lambda_c = - \frac{\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \eta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \eta_{rini}}{\sum_{i=1}^3 P_i \cdot \delta_i + \sum_{i=1}^3 P_{rini} \cdot \delta_{rini}} = 0.0366$$

Valutazione curva delle pressioni

Reazioni vincolari



$$\begin{cases} R_{vs} \cdot (x_2 - x_1) - H_s \cdot (y_2 - y_1) = P_1 \cdot (x_2 - x_{g1}) + P_{rin1} \cdot (x_2 - x_{rin1}) + \\ \quad + \lambda_c \cdot [P_1 \cdot (y_2 - y_{g1}) + P_{rin1} \cdot (y_2 - y_{rin1})] \\ R_{vd} \cdot (x_4 - x_2) - H_d \cdot (y_2 - y_4) = P_2 \cdot (x_{g2} - x_2) + P_3 \cdot (x_{g3} - x_2) + \\ \quad + P_{rin2} \cdot (x_{rin2} - x_2) + P_{rin3} \cdot (x_{rin3} - x_2) + \\ \quad + \lambda_c \cdot [P_2 \cdot (y_{g2} - y_2) + P_{rin2} \cdot (y_{rin2} - y_2) + P_3 \cdot (y_{g3} - y_2) + P_{rin3} \cdot (y_{rin3} - y_2)] \\ R_{vs} + R_{vd} = P(\gamma_4) - P(\gamma_1) + P_{rin}(\gamma_4) - P_{rin}(\gamma_1) \\ H_s - H_d = -\lambda_c \cdot [P(\gamma_4) - P(\gamma_1) + P_{rin}(\gamma_4) - P_{rin}(\gamma_1)] \end{cases}$$

Sforzo normale N e momento M

$$N(\gamma) = [R_{vs} - (P(\gamma) + P_{rin}(\gamma) - P(\gamma_1) - P_{rin}(\gamma_1))] \cdot \cos \psi(\gamma) + [H_s + \lambda_c \cdot (P(\gamma) + P_{rin}(\gamma) - P(\gamma_1) - P_{rin}(\gamma_1))] \cdot \sin \psi(\gamma)$$

Reazioni finali

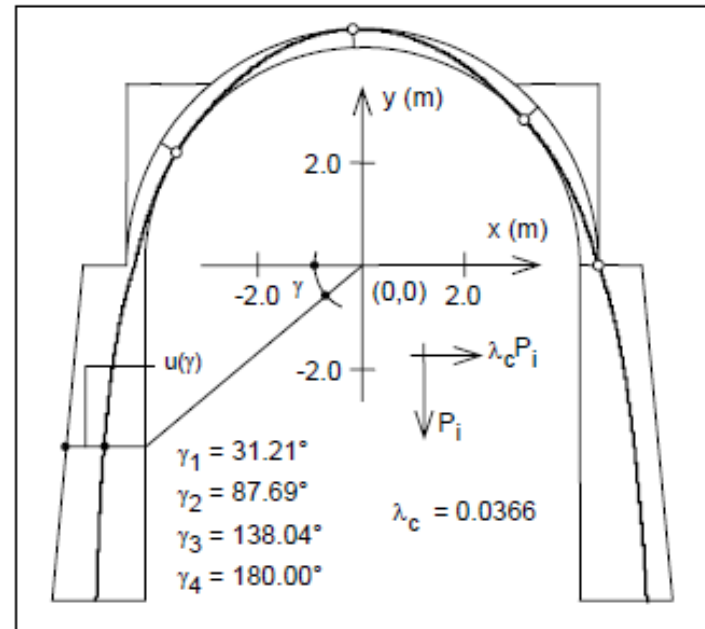
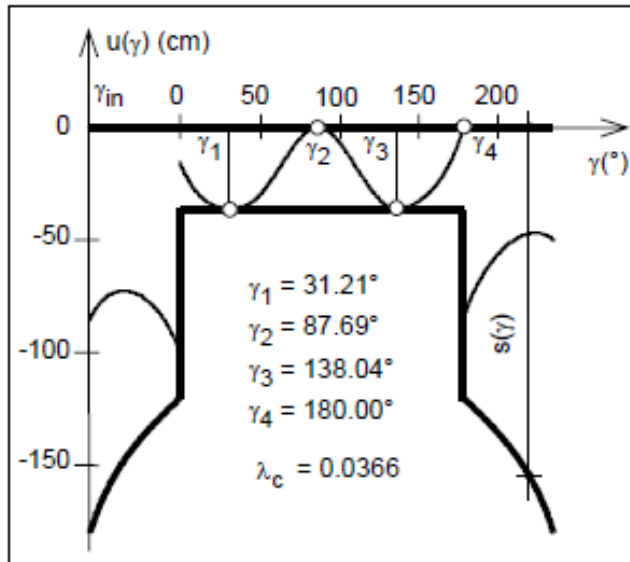
$$\begin{cases} H_s = 17.36 \text{ kN/m} \\ H_d = 21.30 \text{ kN/m} \end{cases} \quad \begin{cases} R_{vs} = 36.01 \text{ kN/m} \\ R_{vd} = 71.79 \text{ kN/m} \end{cases}$$

Eccentricità (per curva pressioni)

$$u(\gamma) = \frac{M(\gamma)}{N(\gamma)}$$

$$\begin{aligned} M(\gamma) = & R_{vs} \cdot (x_e(\gamma) - x_1) - H_s \cdot (y_e(\gamma) - y_1) + \\ & - \left[(P(\gamma) - P(\gamma_1)) \cdot \left(x_e(\gamma) - \frac{x_g(\gamma) \cdot P(\gamma) - x_g(\gamma_1) \cdot P(\gamma_1)}{P(\gamma) - P(\gamma_1)} \right) \right] + \\ & - \left[(P_{rin}(\gamma) - P_{rin}(\gamma_1)) \cdot \left(x_e(\gamma) - \frac{x_{grin}(\gamma) \cdot P_{rin}(\gamma) - x_{grin}(\gamma_1) \cdot P_{rin}(\gamma_1)}{P_{rin}(\gamma) - P_{rin}(\gamma_1)} \right) \right] + \\ & - \lambda_c \cdot \left\{ \left[(P(\gamma) - P(\gamma_1)) \cdot \left(y_e(\gamma) - \frac{y_g(\gamma) \cdot P(\gamma) - y_g(\gamma_1) \cdot P(\gamma_1)}{P(\gamma) - P(\gamma_1)} \right) \right] + \right. \\ & \left. + \left[(P_{rin}(\gamma) - P_{rin}(\gamma_1)) \cdot \left(y_e(\gamma) - \frac{y_{grin}(\gamma) \cdot P_{rin}(\gamma) - y_{grin}(\gamma_1) \cdot P_{rin}(\gamma_1)}{P_{rin}(\gamma) - P_{rin}(\gamma_1)} \right) \right] \right\} \end{aligned}$$

curva delle pressioni



Equazioni parametriche

$$\begin{cases} x_p(\gamma) = x_e(\gamma) - u(\gamma) \cdot \cos \psi(\gamma) \\ y_p(\gamma) = y_e(\gamma) + u(\gamma) \cdot \sin \psi(\gamma) \end{cases}$$

- à L'analisi sistematica dei danni subiti dalle chiese in occasione dei principali eventi sismici italiani degli ultimi decenni ha evidenziato come il comportamento sismico di questa tipologia di manufatti possa essere interpretato attraverso la loro scomposizione in porzioni architettoniche (denominate macroelementi), caratterizzate da una risposta strutturale sostanzialmente autonoma rispetto alla chiesa nel suo complesso (facciata, aula, abside, campanile, cupola, arco trionfale, ecc.).
- à Nella maggior parte dei casi è preferibile procedere con verifiche locali, le quali in genere possono essere riferite ai diversi macroelementi, che diventano l'unità di riferimento per la verifica strutturale. Sul singolo macroelemento è possibile quindi condurre un'analisi statica, lineare o non lineare, ad esempio con un modello ad elementi finiti. Appaiono tuttavia più efficaci i metodi di analisi cinematica (lineare o non lineare), già introdotti al punto 5.2, descritti in Allegato B e previsti per la verifica dei meccanismi locali nell'edilizia esistente in muratura (Punto C8D della Circolare). Le incertezze nella scelta a priori del meccanismo (o dei meccanismi) di collasso, punto critico dell'approccio cinematico nell'ambito dell'analisi limite delle strutture, sono in questo caso molto limitate, proprio grazie all'approfondita conoscenza sulle modalità di danneggiamento delle chiese, derivante dal rilievo sistematico dei danni.

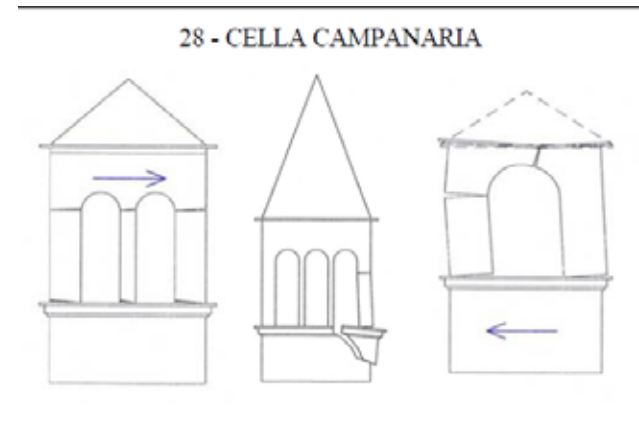
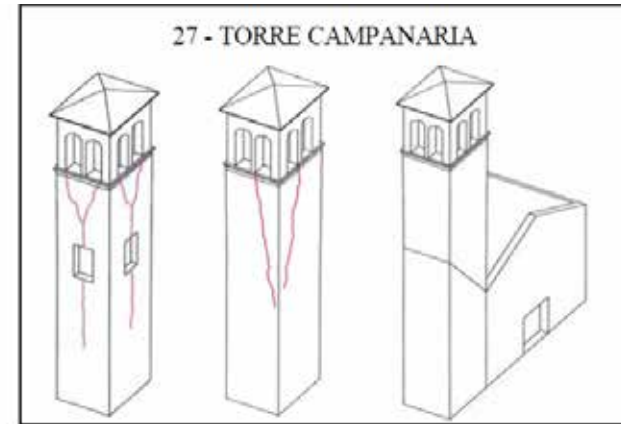
ABACO DEI MECCANISMI DI COLLASSO DELLE CHIESE

<p>1. RIBALTAMENTO DELLA FACCIAIA</p>	<p>2. MECCANISMI NELLA SOMMITÀ DELLA FACCIAIA</p>
<p>3. MECCANISMI NEL PIANO DELLA FACCIAIA</p>	<p>4. PROTIRO - NARTECE</p>
<p>5. RISPOSTA TRASVERSALE DELL'AULA</p>	<p>6. MECCANISMI DI TAGLIO NELLE PARETI LATERALI (RISPOSTA LONGITUDINALE)</p>
<p>7. RISPOSTA LONGITUDINALE DEL COLONNATO</p>	<p>8. VOLTE DELLA NAVATA CENTRALE</p>
<p>9. VOLTE DELLE NAVATE LATERALI</p>	<p>10. RIBALTAMENTO DELLE PARETI DI ESTREMITÀ DEL TRANSETTO</p>

<p>11 - MECCANISMI DI TAGLIO NELLE PARETI DEL TRANSETTO</p>	<p>12 - VOLTE DEL TRANSETTO</p>
<p>13 - ARCHI TRIONFALI</p>	<p>14 - CUPOLA - TAMBURO / TIBURIO</p>
<p>15 - LANTERNA</p>	<p>16 - RIBALTAMENTO DELL'ABSIDE</p>
<p>17 - MECCANISMI DI TAGLIO NEL PRESBITERIO O NELL'ABSIDE</p>	<p>18 - VOLTE DEL PRESBITERIO O DELL'ABSIDE</p>



<p>19 - ELEMENTI DI COPERTURA: AULA</p>	<p>20 - ELEMENTI DI COPERTURA: TRANSETTO</p>
<p>21 - ELEMENTI DI COPERTURA: ABSIDE</p>	<p>22 - RIBALTAMENTO DELLE CAPPELLE</p>
<p>23 - MECCANISMI DI TAGLIO NELLE CAPPELLE</p>	<p>24 - VOLTE DELLE CAPPELLE</p>
<p>25 - INTERAZIONI IN PROSSIMITA' DI IRREGOLARITA' PLANO-ALTIMETRICHE</p>	<p>26 - AGGETTI (VELA, GUGLIE, PINNACOLI, STATUE)</p>



Grazie per l'attenzione

(www.inderscience.com/ijmri)



1) Metodi di calcolo e tecniche di consolidamento per edifici in muratura

Michele Vinci – Dario Flaccovio Editore

2) Edifici in muratura in zona sismica

Luciano Boscotrecase, Francesco Piccarreta – Dario Flaccovio Editore

3) Rinforzo delle murature con materiali compositi

Francesco Focacci – Dario Flaccovio Editore